

УДК 621.314

doi:10.20998/2413-4295.2019.02.02

## СПЕКТР НАПРУГИ ІЗОЛЬОВАНОГО ІНВЕРТОРА З ДВОПОЛЯРНОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ

**Є. В. ВЕРБИЦЬКИЙ**

Кафедра промислової електроніки, факультет електроніки, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського» Київ, УКРАЇНА  
e-mail: verbitskiy@bigmir.net

**АНОТАЦІЯ** У статті розглянуто інвертор напруги з гальванічною розв'язкою. Показано, що для ефективного використання високочастотного трансформатора, модуляцію напруги доцільно проводити за законом двополярної частотно-імпульсної модуляції з постійною тривалістю імпульсу. У цьому випадку трансформатор перемагнічується по граничній петлі гістерезису і тому за одну комутацію ключових елементів інвертора передається максимальна кількість енергії, що зменшує динамічні втрати у перетворювачі. На виході інвертора напруга, модульована за запропонованим законом, випрямляється і згладжується фільтром, після чого на виході перетворювача формується напруга, близька до синусоїдальної. Основною задачею дослідження є аналіз спектру напруги високочастотного інвертора, модульованої за законом двополярної частотно-імпульсної модуляції, і випрямленої напруги, модульованої за законом однополярної частотно-імпульсної модуляції. Для аналізу спектра напруги запропоновано використовувати ряд Фур'є двох змінних, який дозволяє розділити вплив несучої і модулюючої функції на спектр модульованого сигналу. Оскільки сигнал з частотно-імпульсною модуляцією формується на основі несучої функції зі змінною частотою, його спектр розраховується з використанням функції перетворення змінної часу на основі широтно-імпульсно модульованого сигналу з несучою функцією, що має постійну частоту. Двополярна модуляція отримується шляхом опису двополярного сигналу як суми двох однополярних сигналів – одного з позитивною, іншого – з негативною полярністю. Розрахований спектр модульованого сигналу на виході інвертора свідчить про те, що енергія через високочастотний трансформатор передається в основному на проміжній частоті, що свідчить про ефективне використання трансформатора. Спектр випрямленого однополярного сигналу має яскраво виражену першу гармоніку та низький склад вищих гармонік, що спрощує їх фільтрацію та зменшує габарити фільтра. Отже використання запропонованого закону модуляції на практиці дозволить зменшити габарити високочастотного трансформатора та рівень динамічних втрат через зменшення кількості комутацій ключових елементів інвертора.

**Ключові слова:** інвертор з гальванічною розв'язкою; ряд Фур'є двох змінних; високочастотний трансформатор; частотно-імпульсна модуляція; спектральна характеристика

## VOLTAGE SPECTRUM OF AN ISOLATED INVERTER WITH BIPOLAR PULSE FREQUENCY MODULATION

**I. VERBYTSKYI**

The department of Industrial Electronics, Faculty of Electronics, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, UKRAINE

**ABSTRACT** In this paper describes a voltage inverter with galvanic isolation. It is shown that for efficient use of a high-frequency transformer, it is advisable to perform voltage modulation according to the law of bipolar frequency-pulse modulation with a constant pulse duration. In this case, the transformer is magnetized by the hysteresis limit loop, and therefore the maximum amount of energy is transmitted in one commutation of the inverter switch elements, which reduces the dynamic losses in the converter. At the output of the inverter, the voltage, modulated by the proposed law, is rectified and smoothed by the filter, after which the output of the converter generates a voltage close to sinusoidal. The main objective of the study is to research the voltage spectrum of a high-frequency inverter modulated by the law of bipolar frequency-pulse modulation and rectified voltage, modulated by the law of unipolar frequency-pulse modulation. For the analysis of the voltage spectrum it is proposed to use a Double Fourier series, which allows to divide the influence of the carrier and the modulating function on the spectrum of the modulated signal. Since the frequency-modulated signal is formed on the basis of a variable-frequency carrier function, its spectrum is calculated using a variable-time conversion function based on a pulse-width modulated signal with a constant-frequency carrier function. Bipolar modulation is obtained by describing the bipolar signal as the sum of two unipolar signals - one with a positive and the other with a negative polarity. The calculated spectrum of the modulated signal at the output of the inverter indicates that energy is transmitted mainly through the high-frequency transformer at an intermediate frequency, which indicates the efficient use of the transformer. The rectilinear unipolar signal spectrum is transmitted with first harmonic and a low higher harmonic composition, which simplifies their filtration and reduces filter dimensions. Therefore, the application of the proposed modulation law in practice will reduce the size of the high-frequency transformer and the level of dynamic losses by reducing the commutations of switch elements of the inverter.

**Keywords:** inverter with galvanic isolation; Double Fourier series; high-frequency transformer; frequency pulse modulation; spectrum characteristic

### Вступ

Імпульсна модуляція є одним з енергетично ефективних методів формування необхідної спектральної характеристики сигналів. Тому її

використовують для перетворення параметрів потужних сигналів, якими виступають напруга або струм, у перетворювачах електричної енергії. На практиці, найчастіше використовують широтно-

імпульсний (ШІМ), частотно-імпульсний (ЧІМ), релейний типи модуляції і їх модифікації залежно від структури перетворювача і особливостей його роботи [1-3]. В інверторах з гальванічною розв'язкою доцільно використовувати двополярну ЧІМ з постійною тривалістю імпульсу,  $t_i = \text{const}$ , рис. 1.

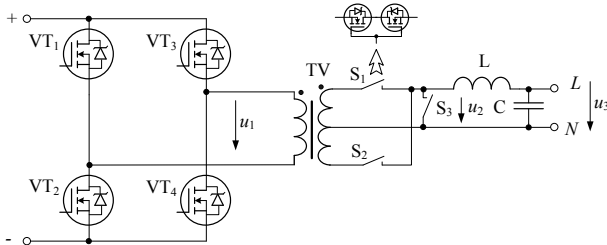


Рис. 1 – Схема інвертора з гальванічною розв'язкою

У таких схемах міст на транзисторах  $VT_1-VT_4$  формує біполярну напругу  $u_1$ , модульовану за законом ЧІМ з постійною тривалістю імпульсу  $t_i = \text{const}$ , зображену на рис. 2. Ця напруга передається через трансформатор TV і випрямляється на виході, напруга  $u_2$ . Після згладжування фільтром утворюється напруга  $u_3$  близька до синусоїдальної.

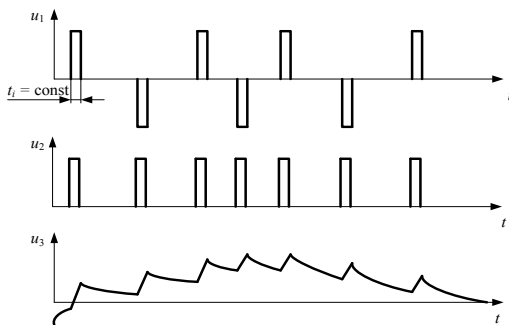


Рис. 2 – Часові діаграми роботи інвертора

У випадку використання ЧІМ з постійною тривалістю імпульсу  $t_i = \text{const}$  трансформатор перемагнічується по граничній петлі гістерезису, що мінімізує його габарити. За умови використання запропонованого типу модуляції кількість імпульсів на одному періоді модулюючої напруги  $P$  залежить від вихідної потужності і може змінюватись з часом, що передбачає використання програмних методів модуляції з динамічною зміною параметрів [4-10]. На відміну від апаратних методів модуляції, при використанні яких в першу чергу враховується простота реалізації, основною перевагою програмних методів модуляції є їх значна гнучкість щодо формування необхідних спектральних характеристик. Ефективне використання програмних методів модуляції можливе за умови опису спектру в згорнутому аналітичному виді, що дає можливість швидкого перерахунку параметрів модуляції для отримання необхідних спектральних характеристик сигналу. В якості математичного апарату для опису спектральних характеристик у цьому випадку доцільно використовувати подвійний ряд Фур'є [11-13], оскільки при його використанні модулююча і несуча функції

описуються незалежно. Розглянемо принцип опису двополярної ЧІМ на основі ряду Фур'є двох змінних.

### Мета роботи

У роботі пропонується схема інвертора з гальванічною розв'язкою, що забезпечує мінімальні габарити трансформатора за рахунок використання ЧІМ з постійною тривалістю імпульсу,  $t_i = \text{const}$ . Розробляється методика для оцінки спектру напруги, що передається через трансформатор, за допомогою ряду Фур'є двох змінних. На основі розрахованого спектру доводиться ефективність запропонованого схемного рішення.

### Ряд Фур'є двох змінних

Коефіцієнти ряду Фур'є двох змінних  $C_{mn}$ , які є спектральними складовими сигналу з кратністю  $m$  відносно частоти  $\omega$  несучої функції і кратністю  $n$  відносно частоти  $\Omega$  модулюючої функції, розраховують за формулою [14]:

$$C_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} f(x, y) e^{j(mx+ny)} dx dy, \quad (1)$$

де  $f(x, y)$  – функція, спектр якої розраховується.

Безпосереднє використання ряду Фур'є двох змінних можливе лише до модульованих сигналів, відношення частоти несучої  $\omega$  і модулюючої  $\Omega$  функцій є постійним параметром, який називається кратністю модуляції  $P = x / y = \text{const}$ . Модульовані сигнали з постійним параметром кратності модуляції  $P = \text{const}$  отримують методом ШІМ. Тому методика застосування ряду Фур'є двох змінних до інших типів модуляції,  $P \neq \text{const}$ , містить етап перетворення змінної часу  $t^* = f(t)$ , після застосування якого модульований сигнал має постійне значення кратності модуляції  $P^* = \text{const}$ . Розглянемо принцип формування двополярної ЧІМ та виведемо закон перетворення змінної часу  $t^* = f(t)$  для цього закону модуляції.

### Закон перетворення змінної часу $t^* = f(t)$

Програмні методи модуляції доцільно синтезувати на основі базових законів модуляції, які мають простий запис і близьку до бажаної спектральну характеристику. За умови використання ряду Фур'є двох змінних як базову можливо обрати ШІМ, найпростіший запис якої дійсний для другого роду модуляції, ШІМ-2. Отримання модуляції типу ЧІМ з базової модуляції ШІМ-2 здійснюється у два етапи:

- застосування до отриманої модульованої напруги перетворення змінної часу  $t^* = f(t)$ ;
- інвертування полярності кожного другого імпульсу модульованої напруги.

Первинна форма напруги модульована ШІМ-2 та напруга після перетворення змінної часу показані на рис. 3 а) і 3 б) відповідно, модульована напруга після інвертування полярності кожного другого імпульсу показана на рис. 3 в).

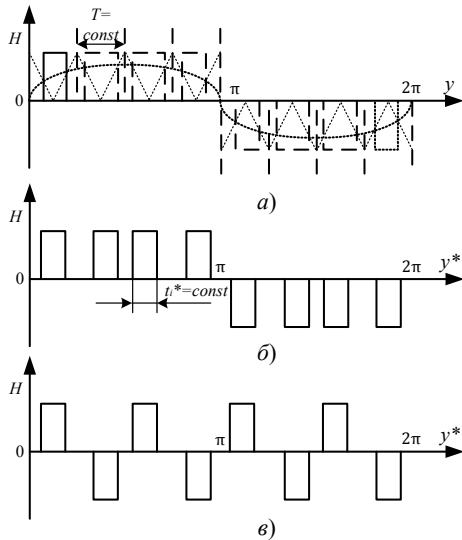


Рис. 3 – Ілюстрація до формування ЧІМ сигналу

За умови переходу до ЧІМ, тривалість імпульсу є постійною  $t_i = \text{const}$ , а довжина періоду несучої функції  $T_i^*$  за умови синусоїдальної модулюючої функції  $F = \sin(\Omega t^*)$  на інтервалі  $i$ :

$$T_i^* = \frac{t_i^*}{\sin(\Omega t^*)}, \quad (2)$$

де  $\Omega$  – кутова частота модулюючої функції.

Приріст змінної часу  $\Delta t^*$  на кожному наступному періоді несучої визначається тривалістю періоду  $T_i^*$ . За умови переходу до змінної  $\Delta y^*$ , отримаємо

$$\Delta y_i^* = \frac{y_i^*}{\sin(y^*)}. \quad (3)$$

Оскільки тривалість імпульсу  $y_i^*$  є константою,  $y_i^* = \text{const}$ , цей параметр пропорційний приросту первинної змінної часу  $\Delta y$ :

$$y_i^* = C \Delta y, \quad (4)$$

де  $C$  – константа.

Підставивши вираз (4) у формулу (3), отримаємо:

$$\Delta y_i^* = \frac{C \Delta y}{\sin(y^*)}. \quad (5)$$

Якщо прирости по двом змінним прямують до нуля,  $\Delta y \rightarrow 0$ ,  $\Delta y^* \rightarrow 0$ , що справджується для більшості практичних випадків, отримаємо диференційне рівняння:

$$\sin(y^*) dy^* = C dy. \quad (6)$$

Проінтегрувавши обидві частини диференційного рівняння (6), отримаємо:

$$-\cos(y^*) = Cy + C_1, \quad (7)$$

де  $C_1$  – стала інтегрування.

Константи  $C$  і  $C_1$  розраховуються з початкових умов  $y^*(0) = 0$ ,  $y^*(\pi/2) = \pi/2$ :  $C_1 = -1$ ;  $C = -2C_1 / \pi = 2 / \pi$ .

З урахуванням значень констант залежність  $y^*(y)$ , (7) має такий вид:

$$y^* = \arccos(1 - 2y / \pi). \quad (8)$$

Обернена залежність  $y(y^*)$  є такою:

$$y = \pi(1 - \cos(y^*)) / 2. \quad (9)$$

Використовуючи залежність (8), розрахуємо тривалість імпульсу ЧІМ в координатах змінної  $x$  несучої функції. Для цього використаємо відоме значення тривалості імпульсу ШІМ в точці  $\pi/2$ :

$$x_i(\pi/2) = 2\pi\mu. \quad (10)$$

Знаючи тривалість імпульсу по координаті  $x$ , аналогічне значення тривалості по координаті  $x^*$  розраховується за формулою:

$$x_i^*(\pi/2) = x_i(\pi/2) \frac{dy^*}{dy} \Big|_{y=\pi/2} = 2\pi\mu \cdot \frac{2}{\pi} = 4\mu. \quad (11)$$

Отже тривалість імпульсу ЧІМ на всьому періоді модулюючої функції складає  $x_i^* = 4\mu$ . Проаналізуємо спектр напруги після перетворення змінної часу  $t^* = f(t)$ , після якого сигнал буде модульований за законом однополярної ЧІМ, рис. 3 б).

### Спектр однополярної ЧІМ

Спектральні складові  $C_{mn}^+$  однополярної ЧІМ утворюються з формули спектральних складових  $C_{mn}^*$  базової модуляції ШІМ-2.

$$C_{mn}^+ = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} H(y) \int_{\pi(1-\gamma(y))}^{\pi(1+\gamma(y))} e^{j(mx+ny)} dx dy, \quad (12)$$

де  $\gamma$  – коефіцієнт заповнення імпульсів.

Коефіцієнт заповнення імпульсів  $\gamma(y)$  розраховується з використанням формули (8):

$$\gamma(y) = \mu \cdot \sin(y^*(y)) = \mu \cdot \sin(\arccos(1 - 2y / \pi)).$$

Після підстановки виразу  $\gamma(y)$  у формулу (12) отримаємо формулу для розрахунку спектру базового модульованого сигналу:

$$C_{mn}^* = \frac{H}{2\pi^2} \left( \int_0^{\pi} \int_{\pi(1-\mu\sin(\arccos(1-2y/\pi)))}^{\pi(1+\mu\sin(\arccos(1-2y/\pi)))} e^{j(mx+ny)} dx dy - \int_{\pi}^{2\pi} \int_{\pi(1-\mu\sin(\arccos(1-2(y-\pi)/\pi))}^{\pi(1+\mu\sin(\arccos(1-2(y-\pi)/\pi))} e^{j(mx+ny)} dx dy \right). \quad (13)$$

При переході до однополярної ЧІМ ширина імпульсів на кожному періоді несучої функції є постійною і розраховується за формулою (11). Зміщення імпульсів ЧІМ здійснюється по двом змінним  $x$  і  $y$ . По змінній  $y$  на кут  $\varphi_y = (y^*(y) - y)$  і по змінній  $x$  на кут  $\varphi_x = P(y^*(y) - y)$ .

$$C_{mn}^{*+} = \frac{H}{2\pi^2} \left( \int_0^{\pi} e^{j(n(\arccos(1-2y/\pi)-y)+mP(\arccos(1-2y/\pi)-y))} \times \int_{\pi-2\mu}^{\pi+2\mu} e^{j(mx+ny)} dx dy - \int_{\pi}^{2\pi} e^{j(n(\arccos(1-2(y-\pi)/\pi)+\pi-y)+mP(\arccos(1-2(y-\pi)/\pi)+\pi-y))} \times \int_{\pi-2\mu}^{\pi+2\mu} e^{j(mx+ny)} dx dy \right) = \frac{H(-1)^m \sin(m2\mu)}{m\pi^2} (1-(-1)^n) \times \int_0^{\pi} e^{j(n(\arccos(1-2y/\pi))+mP(\arccos(1-2y/\pi)-y))} dy. \quad (14)$$

Для парних  $n$ ,  $n = 2k$  спектральні гармоніки  $C_{mn}^+$  дорівнюють нулю,  $C_{m(2n)}^+ = 0$ , а для непарних розраховуються за формулою:

$$C_{m(2n-1)}^+ = \frac{2H(-1)^m \sin(m2\mu)}{m\pi^2} \times \int_0^\pi e^{j((2n-1)(\arccos(1-2y/\pi)) + mP(\arccos(1-2y/\pi) - y))} dy = \frac{2H(-1)^m \sin(m2\mu)}{m\pi^2} \left( \int_0^\pi T_{2n-1+mP} \left(1 - \frac{2y}{\pi}\right) e^{-jmPy} dy + j \int_0^\pi \sqrt{1 - T_{2n-1+mP}^2 \left(1 - \frac{2y}{\pi}\right)} e^{-jmPy} dy \right), \quad (15)$$

де  $T_n$  - поліном Чебишева першого роду порядку  $n$  [15].

В формулі (15) існує невизначеність  $0/0$  для випадку  $m = 0$ , значення спектральної характеристики  $C_{0(2n-1)}^+$  для цього випадку є таким:

$$C_{0(2n-1)}^+ = \frac{4H\mu}{\pi^2} \left( \int_0^\pi T_{2n-1} \left(1 - \frac{2y}{\pi}\right) dy + j \int_0^\pi \sqrt{1 - T_{2n-1}^2 \left(1 - \frac{2y}{\pi}\right)} dy \right).$$

Сигнал з однополярною ЧІМ і його спектр зі значенням параметрів  $P = 20$ ,  $\mu = 0.9$ ,  $H = 1$  показано на рис. 4 а) і 4 б) відповідно.

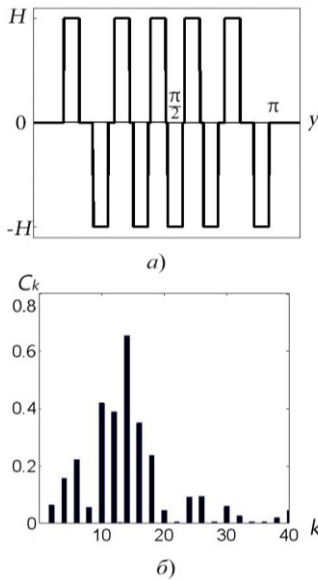


Рис. 4 – Сигнал з однополярною ЧІМ (а) та його спектр (б)

### Спектр двополярної ЧІМ

Для розрахунку спектру двополярної ЧІМ, у базовому модульованому сигналі на основі ШІМ-2, наведеному на рис. 5 а), інвертується полярність кожного другого імпульсу напруги, рис 5 б). Далі цей сигнал розкладається на два модульованих сигнали, наведених на рис. 5 в) і 5 г). Ці сигнали мають вдвічі меншу кратність модуляції  $P^* = P / 2$  при такій же залежності модулюючої функції  $y^* = y$ . Тому значення змінної  $x^*$  зменшується в два рази,  $x^* = P^* y^* = P y / 2$ , також зменшується значення параметра глибини

модуляції  $\mu^* = \mu / 2$ . Далі до цих сигналів застосовується закон перетворення змінної часу  $t^* = f(t)$ . Розглянемо особливості модуляції сигналів, наведених на рис. 5 в) і рис. 5 г).

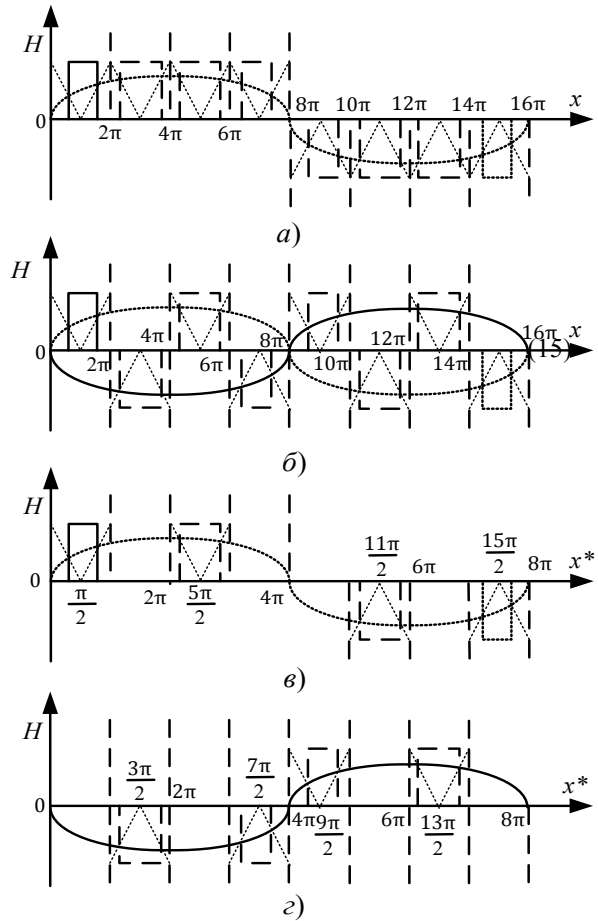


Рис. 5 – Ілюстрація до розрахунку спектра двополярної ЧІМ

Сигнал рис. 5 в) на першій половині періода,  $y^* = 0..π$ , модулюється відносно точок  $x^* = π/2 + 2πt$ , на другій половині періода,  $y^* = π..2π - x^* = 3π/2 + 2πt$ . Відмінність модульованого сигналу зображеного на рис. 5 г) у порівнянні з рис. 5 в) полягає у тому, що на першій половині періода,  $y^* = 0..π$ , сигнал модулюється відносно точок  $x^* = 3π/2 + 2πt$ , на другій половині періода,  $y^* = π..2π - x^* = π/2 + 2πt$ .

Формули для розрахунку спектральних складових сигналу з базовою модуляцією  $C_{mn}$  є такими:

$$C_{mnl} = \frac{H}{2\pi^2} \left( \int_0^{\pi(1+\mu\sin(\arccos(1-2y/\pi)))/2} \int_0^{\pi(1-\mu\sin(\arccos(1-2y/\pi)))/2} e^{j(mx+ny)} dx dy - \int_0^{\pi(3+\mu\sin(\arccos(1-2(y-\pi)/\pi))} \int_0^{\pi(3-\mu\sin(\arccos(1-2(y-\pi)/\pi))} e^{j(mx+ny)} dx dy \right). \quad (16)$$

Після застосування функції перетворення часу  $t^* = f(t)$ , отримаємо:

$$C_{mn1}^+ = \frac{H \sin(m\mu)(j)^m}{m\pi^2} (1 - (-1)^{m+n}) \times \int_0^\pi e^{j(n \arccos(1-2y/\pi) + mP(\arccos(1-2y/\pi) - y))} dy. \quad (17)$$

У формулі (17) є невизначеність при  $m = 0$ , після її усунення отримаємо:

$$C_{0n1}^+ = \frac{2\mu H}{2\pi^2} \left( \int_0^\pi e^{j(n \arccos(1-2y/\pi))} dy - \int_\pi^{2\pi} e^{j(n \arccos(1-2(y-\pi)/\pi) + \pi)} dy \right) = \frac{2\mu H}{2\pi^2} (1 - (-1)^n) \int_0^\pi e^{j(n \arccos(1-2y/\pi))} dy. \quad (18)$$

Формули для розрахунку спектральних складових другого модульованого сигналу, зображеного на рис. 5 г) є подібними:

$$C_{mn2}^+ = -\frac{H \sin(m\mu)(j)^m}{m\pi^2} ((-1)^m - (-1)^n) \times \int_0^\pi e^{j(n \arccos(1-2y/\pi) + mP(\arccos(1-2y/\pi) - y))} dy; \quad (19)$$

$$C_{0n2}^+ = -\frac{2\mu H}{2\pi^2} \left( \int_0^\pi e^{j(n \arccos(1-2y/\pi))} dy - \int_\pi^{2\pi} e^{j(n \arccos(1-2(y-\pi)/\pi) + \pi)} dy \right) = -\frac{2\mu H}{2\pi^2} (1 - (-1)^n) \int_0^\pi e^{j(n \arccos(1-2y/\pi))} dy. \quad (20)$$

Спектр напруги з двополярною модуляцією є сумою спектрів двох сигналів:

$$C_{mn}^+ = \frac{H \sin(m\mu)(j)^m}{m\pi^2} (1 - (-1)^{m+n} - (-1)^m + (-1)^n) \times \int_0^\pi e^{j(n \arccos(1-2y/\pi) + mP(\arccos(1-2y/\pi) - y))} dy. \quad (21)$$

$$C_{0n}^+ = C_{0n1}^+ + C_{0n2}^+ = 0.$$

Вираз (21) не дорівнює нулю за умови парних  $n$ ,  $n = 2k$  і непарних  $m$ ,  $m = 2k + 1$ :

$$C_{(2m-1)(2n)}^+ = -\frac{4jH \sin((2m-1)\mu)}{(2m-1)\pi^2} \times \int_0^\pi e^{j(2n \arccos(1-2y/\pi) + (2m-1)P(\arccos(1-2y/\pi) - y))} dy. \quad (22)$$

Сигнал з двополярною ЧІМ і його спектр зі значенням параметрів  $P = 20$ ,  $\mu = 0.9$ ,  $H = 1$  показано на рис. 6 а) і б) відповідно.

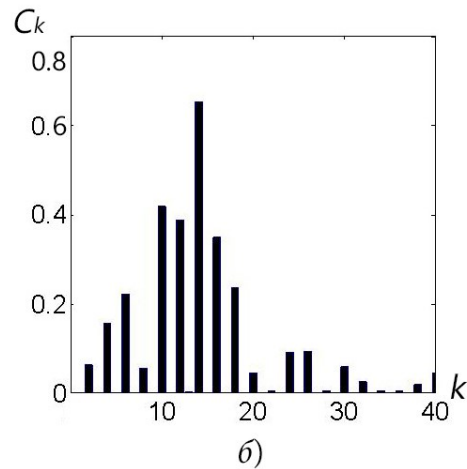
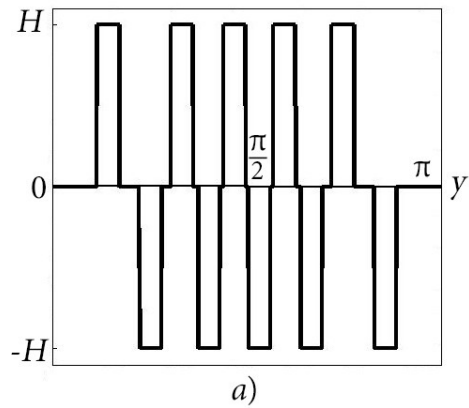


Рис. 6 – Двополярна ЧІМ: а) в часовій області, б) в частотній області

Як видно з рис. 6 б) спектр сигналу з біполярною ЧІМ в основному передається на частоті несучої функції.

### Висновки

Біполярна ЧІМ використовується в інверторах з гальванічною розв'язкою для зменшення габаритів трансформатора. Для оцінки спектру сигналу з біполярною ЧІМ запропоновано використовувати ряд Фур'є двох змінних. Спектр ЧІМ розраховано на основі модуляції ШІМ-П з використанням функції перетворення часу. Результати розрахунків свідчать, що енергія через трансформатор передається в основному на проміжній частоті, що свідчить про доцільність використання запропонованого принципу модуляції на практиці.

### Список літератури

1. **Vasca, F.** Dynamics and Control of Switched Electronic Systems: Advanced Perspectives for Modeling, Simulation and Control of Power Converters (Advances in Industrial Control) / **F. Vasca L. Iannelli** // Springer-Verlag, London, 2012. – 493 p. – doi: 10.1007/978-1-4471-2885-4.

2. **Black, H. S.** Modulation Theory / **H. S. Black** // New York: *Van Nostrand*, 1993.
3. **Billings, Keith H.** Switchmode power supply handbook / **Keith H. Billings, Taylor Morey** // *McGraw-Hill*, 2011. – 414 p.
4. **Mehrasa, M.** A Novel Modulation Function-Based Control of Modular Multilevel Converters for High Voltage Direct Current Transmission Systems / **M. Mehra, E. Pouresmaeil, S. Zabihi, J. Trujillo Caballero, and J. Catalão** // *Energies*. – 2016. – V. 9, 11. – 867 p. – doi: 10.3390/en9110867.
5. **Sirisukprasert, S.** Optimum harmonic reduction with a wide range of modulation indexes for multilevel converters / **S. Sirisukprasert, Lai Jih-Sheng, Liu Tian-Hua** // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2002. – Vol. 49(4). – p. 875-881. – doi:10.1109/tie.2002.801226.
6. **Kazmierkowski, M. P.** DSP-Based Control of Grid-Connected Power Converters Operating Under Grid Distortions. / **M.P. Kazmierkowski, M. Jasinski, G. Wrona** // *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. – 2001. – 7(2). – P. 204-211. – doi: 10.1109/tii.2011.2134856.
7. **Shi, X.** An Efficiency-Optimized Isolated Bidirectional DC-DC Converter with Extended Power Range for Energy Storage Systems in Microgrids / **X. Shi, J. Jiang, X. Guo** // *Energies*. – 2013. – Vol. 6. – P. 27-44. – doi: 10.3390/en6010027.
8. **Verbytskyi, Ievgen.** A double fourier series implementation for modulated signal with the arbitrary modulation / **Ievgen Verbytskyi** // *2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*. – 2017. – P. 518-521. – doi: 10.1109/UKRCON.2017.8100295.
9. **Mikolaiets, D.** The calculating algorithm of active power line conditioner with uninterruptible power supply function. / **D. Mikolaiets** // *IEEE 35th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO)*. – 2015. – doi:10.1109/elnano.2015.7146945.
10. **Krismer, F.** Closed Form Solution for Minimum Conduction Loss Modulation of DAB Converters / **F. Krismer, J. W. Kolar** // *IEEE Transactions on Power Electronics*. – 2012. – Vol. 27(1). – P. 174–188. – doi: 10.1109/tpel.2011.2157976.
11. **Вербицкий, Е. В.** Использование двойного ряда Фурье для расчета спектра модулированных сигналов / **Е. В. Вербицкий** // *Технічна електродинаміка* – 2014. – № 4. – С. 96-98.
12. **Verbytskyi, Ievgen.** Spectrum calculation of frequency pulse modulation voltage using double Fourier series / **Ievgen Verbytskyi** // *Conference IEEE 3rd Workshop on Advances in Information, Electronic and Electrical Engineering*. – Riga, 2015. – P. 1-4. – doi 10.1109/AIEEE.2015.7367287.
13. **Jiao, N.** Harmonic Analysis of Output Voltage in PWM Inverters / **N. Jiao, S. Wang, T. Liu** // *IEEE International Power Electronics and Application Conference and Exposition (PEAC)*. – 2018. – doi: 10.1109/peac.2018.8590551.
14. **Holmes, D. Grahame.** Pulse width modulation for power converters. Theory and practice / **D. Grahame Holmes, Thomas A. Lipo** // *IEEE Press Series on Power Engineering*, 2003. – 724 p.
15. **Watson, G. N.** A treatise on the theory of Bessel functions / **G. N. Watson** // *Cambridge university press*. 1995. – 724 p.

## References (transliterated)

1. **Vasca, F., Iannelli, L.** Dynamics and Control of Switched Electronic Systems: Advanced Perspectives for Modeling, Simulation and Control of Power Converters (Advances in Industrial Control). *Springer-Verlag*, London, 2012, 493, doi: 10.1007/978-1-4471-2885-4.
2. **Black, H. S.** Modulation Theory. New York: *Van Nostrand*, 1993.
3. **Billings, Keith H., Taylor, Morey.** Switchmode power supply handbook *McGraw-Hill*, 2011, 414 p.
4. **Mehrasa, M., Pouresmaeil, E., Zabihi, S., Trujillo Caballero, J., and Catalão, J.** A Novel Modulation Function-Based Control of Modular Multilevel Converters for High Voltage Direct Current Transmission Systems. *Energies*, 2016, 9, 11, 867, doi: 10.3390/en9110867.
5. **Sirisukprasert, S., Jih-Sheng, Lai, Tian-Hua, Liu.** Optimum harmonic reduction with a wide range of modulation indexes for multilevel converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2002, 49(4), 875-881, doi:10.1109/tie.2002.801226.
6. **Kazmierkowski, M. P.** DSP-Based Control of Grid-Connected Power Converters Operating Under Grid Distortions. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2011, 7(2), 204-211, doi: 10.1109/tii.2011.2134856.
7. **Shi, X., Jiang, J., Guo, X.** An Efficiency-Optimized Isolated Bidirectional DC-DC Converter with Extended Power Range for Energy Storage Systems in Microgrids. *Energies*, 2013, 6, 27-44, doi: 10.3390/en6010027.
8. **Verbytskyi, Ievgen.** A double fourier series implementation for modulated signal with the arbitrary modulation. *2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, 2017, 518-521, doi: 10.1109/UKRCON.2017.8100295.
9. **Mikolaiets, D.** The calculating algorithm of active power line conditioner with uninterruptible power supply function. *IEEE 35th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO)*, 2015, doi:10.1109/elnano.2015.7146945.
10. **Krismer, F., Kolar, J. W.** Closed Form Solution for Minimum Conduction Loss Modulation of DAB Converters // *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2012, 27(1), 174–188, doi: 10.1109/tpel.2011.2157976.
11. **Verbytskyi, I. V.** Ispolzovanie dvoynogo ryada Furie dlya rascheta spectra modulirovannyh signalov [Using of Double Fourier series for modulated signals spectrum calculation]. *Technichna elektrodynamika [Technical Electrodynamics]*, 2014, 4, 96-98.
12. **Verbytskyi, Ievgen.** Spectrum calculation of frequency pulse modulation voltage using double Fourier series. *Conference IEEE 3rd Workshop on Advances in Information, Electronic and Electrical Engineering*, Riga, 2015, 1-4, doi 10.1109/AIEEE.2015.7367287.
13. **Jiao, N., Wang, S., Liu, T.** Harmonic Analysis of Output Voltage in PWM Inverters. *IEEE International Power Electronics and Application Conference and Exposition (PEAC)*, 2018, doi: 10.1109/peac.2018.8590551.
14. **Holmes, D. Grahame, Lipo, Thomas A.** Pulse width modulation for power converters. Theory and practice. *IEEE Press Series on Power Engineering*, 2003, 724.
15. **Watson, G. N.** A treatise on the theory of Bessel functions. *Cambridge university press*, 1995, 724.

**Інформація про авторів (About authors)**

**Вербицький Євген Володимирович** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», доцент кафедри промислової електроніки, факультет електроніки, Київ, Україна; ORCID: 0000-0001-7275-5152; e-mail: verbitskiy@bigmir.net.

**Ievgen Verbitskiy** – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Ph. D., Assoc. Prof., The department of Industrial Electronics, Faculty of Electronics, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv, Ukraine; ORCID: 0000-0001-7275-5152; e-mail: verbitskiy@bigmir.net.

*Будь ласка, посилайтесь на цю статтю наступним чином:*

**Вербицький, Є. В.** Спектр напруги ізольованого інвертора з двополярною модуляцією / **Є. В. Вербицький** // *Вісник НТУ «ХПІ», Серія: Нові рішення в сучасних технологіях.* – Харків: НТУ «ХПІ». – 2019. – № 2. – С. 10-16. – doi:10.20998/2413-4295.2019.02.02.

*Please cite this article as:*

**Verbitskiy, I.** Voltage spectrum of an isolated inverter with bipolar pulse frequency modulation. *Bulletin of NTU "KhPI". Series: New solutions in modern technologies.* – Kharkiv: NTU "KhPI", 2019, 2, 10-16, doi:10.20998/2413-4295.2019.02.02.

*Пожалуйста, ссылайтесь на эту статью следующим образом:*

**Вербицкий, Е. В.** Спектр напряжения изолированного инвертора с двуполярной модуляцией / **Е. В. Вербицкий** // *Вестник НТУ «ХПИ», Серія: Новые решения в современных технологиях.* – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2019. – № 2. – С. 10-16. – doi:10.20998/2413-4295.2019.02.02.

**АННОТАЦИЯ** В статье рассмотрен инвертор напряжения с гальванической развязкой. Показано, что для эффективного использования высокочастотного трансформатора инвертора, модуляцию напряжения целесообразно проводить по закону двуполярной частотно-импульсной модуляции с постоянной длительностью импульса. В этом случае трансформатор перемагничивается по предельной петле гистерезиса и поэтому за одну коммутацию ключевых элементов инвертора передается максимальное количество энергии, что уменьшает динамические потери в преобразователе. На выходе инвертора напряжение, модулированное по предложенному закону, выпрямляется и сглаживается фильтром, после чего на выходе преобразователя формируется напряжение, близкое к синусоидальному. Основной задачей исследования является анализ спектра напряжения высокочастотного инвертора, модулированного по закону двуполярной частотно-импульсной модуляции, и выпрямленного напряжения, модулированного по закону однополярной частотно-импульсной модуляции. Для анализа спектра напряжения предложено использовать ряд Фурье двух переменных, который позволяет разделить влияние несущей и модулирующей функции на спектр модулированного сигнала. Поскольку сигнал с частотно-импульсной модуляцией формируется на основе несущей функции с переменной частотой, его спектр рассчитывается с использованием функции преобразования переменной времени на основе широтно-импульсно модулированного сигнала с несущей функцией, имеющей постоянную частоту. Двуполярная модуляция получается путем описания двухполярного сигнала в виде суммы двух однополярных сигналов – одного с положительной, другого – с отрицательной полярностью. Рассчитанный спектр модулированного сигнала на выходе инвертора свидетельствует о том, что энергия через высокочастотный трансформатор передается в основном на промежуточной частоте, что свидетельствует об эффективном его использовании. Спектр выпрямленного однополярного сигнала имеет ярко выраженную первую гармонику и низкий состав высших гармоник, что упрощает их фильтрацию и уменьшает габариты фильтра. В результате проведенных исследований можно сделать вывод, что использование предложенного закона модуляции на практике позволит уменьшить габариты высокочастотного трансформатора и уровень динамических потерь из-за уменьшения количества коммутаций ключевых элементов инвертора.

**Ключевые слова:** инвертор с гальванической развязкой; ряд Фурье двух переменных; высокочастотный трансформатор; частотно-импульсная модуляция; спектральная характеристика

*Поступила (received) 02.10.2019*