

УДК 510.6:004.89

doi:10.20998/2413-4295.2021.04.10

ВЛАСТИВОСТІ ІНТЕРВАЛЬНИХ НЕЧІТКИХ МНОЖИН ТИПУ-2 В СИСТЕМАХ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

О. Ю. ЗАКОВОРОТНИЙ, А. О. ХАРЧЕНКО*

кафедра обчислювальної техніки та програмування, НТУ «ХПІ», м. Харків, УКРАЇНА
*e-mail: artem.kharchenko.ua@gmail.com

АНОТАЦІЯ Розглянуто визначення та методи побудови інтервальних нечітких множин типу-2 в системах нечіткого логічного виведення для задач керування складними технічними об'єктами в умовах невизначеності. Описано основні типи невизначеностей, які виникають при проектуванні систем нечіткого логічного виведення та залежать від кількості експертних оцінок. Запропоновано методи оцінки інтраневизначеності та інтерневизначеності з урахуванням різної кількості експертних оцінок на етапі визначення типів та кількості функцій належності. Визначено фактори, які впливають на параметри та властивості інтервальних нечітких множин типу-2 під час експериментальних досліджень. До таких факторів належать: кількість проведених експериментів, фактори зовнішнього середовища, технічні параметри об'єкта керування та працездатність компонентів комп'ютерної системи підтримки прийняття рішень. Досліджено властивості нижніх та верхніх функцій належності інтервальних нечітких множин типу-2 на прикладі гаусової функції належності, яка є однією з найбільш використовуваних в задачах проектування систем нечіткого логічного виведення. Враховано основні особливості та відмінності у методах визначення нижніх та верхніх функцій належності інтервальних нечітких множин типу-2 для різних типів невизначеностей. Розглянуто методи опису площі невизначеності, а також залежність її розмірів від кількості експертних оцінок. Площа невизначеності характеризується нижньою та верхньою функціями належності, а її розміри впливають безпосередньо на точність отриманих розв'язків. Розроблено методи визначення інтервальних нечітких множин типу-2 за допомогою коефіцієнтів регулювання параметрів функцій належності для інтраневизначеності та коефіцієнтів ваги функцій належності для інтерневизначеностей. Коефіцієнт регулювання параметрів функції може бути використаний для опису нижньої та верхньої функцій належності, визначаючи при цьому розміри площі невизначеності. Визначено складені інтервальні множини типу-2 для врахування інтерневизначеностей в задачах проектування систем нечіткого логічного виведення.

Ключові слова: інтервальна нечітка множина типу-2; функція належності; коефіцієнт регулювання; система підтримки прийняття рішень; складена множина; оптимальне керування

PROPERTIES OF INTERVAL TYPE-2 FUZZY SETS IN DECISION SUPPORT SYSTEMS

A. ZAKOVOROTNIY, A. KHARCHENKO

Department of Computer Engineering and Programming, NTU "KhPI", Kharkiv, UKRAINE

ABSTRACT Definitions and methods of designing interval type-2 fuzzy sets in fuzzy inference systems for control problems of complex technical objects in conditions of uncertainty are considered. The main types of uncertainties, that arise when designing fuzzy inference systems and depend on the number of expert assessments, are described. Methods for assessing intra-uncertainty and inter-uncertainty are proposed, taking into account the different number of expert assessments at the stage of determining the types and number of membership functions. Factors influencing the parameters and properties of interval type-2 fuzzy during experimental studies are determined. Such factors include the number of experiments performed, external factors, technical parameters of the control object, and the reliability of the components of the computer system decision support system. The properties of the lower and upper membership functions of interval type-2 fuzzy sets are investigated on the example of the Gaussian membership function, which is one of the most used in the problems of fuzzy inference systems design. The main features and differences in the methods of determining the lower and upper membership functions of interval type-2 fuzzy sets for different types of uncertainties are taken into account. Methods for determining the footprint of uncertainty, as well as the dependence of its size on the number of expert assessments, are considered. The footprint of uncertainty is characterized by the lower and upper membership functions, and its size directly affects the accuracy of the obtained solutions. Methods for determining interval type-2 fuzzy sets using regulation factors of membership function parameters for intra-uncertainty and weighting factors of membership functions for inter-uncertainties have been developed. The regulation factor of the function parameters can be used to describe the lower and upper membership functions while determining the size of the footprint of uncertainty. Complex interval type-2 sets are determined to take into account inter-uncertainties in the problems of fuzzy inference systems design.

Keywords: interval type-2 fuzzy set; membership function; regulation factor; decision support system; complex set; optimal control

Вступ

Методи нечіткої логіки набувають широкого використання в задачах проектування систем підтримки прийняття рішень, розпізнавання та класифікації об'єктів, прогнозування часових рядів,

оптимального керування складними технічними об'єктами та інших задачах, які пов'язані з використанням експертних оцінок. Одними з основних особливостей та переваг використання нечіткої логіки – є можливість враховувати невизначеності щодо оцінки лінгвістичної змінної та

неповноту даних під час їх обробки. Значна кількість робіт присвячена темі визначення лінгвістичних змінних, термів та функцій належності різних типів, а також – дослідженню зв'язків між їх кількістю та точністю роботи розроблених моделей [1-3]. При розв'язанні певної задачі, автори намагаються врахувати якомога більше факторів, які можуть вплинути на точність роботи моделі, однак це впливає на збільшення кількості лінгвістичних змінних, термів, правил у базі знань та збільшення часу на обробку інформації. Використання ієрархічних систем нечіткого логічного виведення дозволяє частково розв'язати ці задачі, однак невизначеність, яка стосується різних оцінок одного параметру залишається [4].

У 1975 році Zadeh було наведено визначення нечітких множин типу- n , зокрема було розглянуто приклади визначення нечітких множин та операцій між ними [5]. Однак обчислювальна техніка у той час не дозволяла повною мірою використовувати математичний апарат нечітких множин типу-2 (ІНМТ2). У 2000 році Liang та Mendel опублікували статтю, у якій дали визначення інтервальним нечітким множинам типу-2 (ІНМТ2) та розглянули практичні аспекти їх застосування в системах нечіткого логічного виведення [6]. У подальшому Mendel вказував на використання саме ІНМТ2 для моделювання слів, оскільки нечіткі множини типу-1 не можуть бути використані для оцінки лінгвістичних невизначеностей, так як їхня функція належності є одним числом [7]. З тих пір ІНМТ2 знаходять своє практичне застосування у різних задачах. Зокрема, у роботах [8,9] ІНМТ2 використовуються для багатокритеріальних задач прийняття рішень. Значна кількість робіт присвячена розпізнаванню та ідентифікації об'єктів: виявлення контурів на зображеннях [10], виявлення легеневих вузликів [11], сегментація зображень [12].

Окремої уваги заслуговують також системи нечіткого регулювання з використанням ІНМТ2 [13,14]. Основними задачами, які ставляться при розробці систем, є визначення лінгвістичних змінних, якими можуть бути як технічні параметри об'єкта керування, так і фактори зовнішнього середовища, а також оцінка невизначеності вхідних даних. Незважаючи на стрімкий розвиток обчислювальної техніки, залишаються задачі, які пов'язані з визначенням оптимальної кількості термів та функцій належності типу-2, а також – зменшення області невизначеності в ІНМТ2 та перетворення множин різних типів з мінімальними часовими витратами.

Мета роботи

Метою даної роботи є дослідження властивостей інтервальних нечітких множин типу-2 з урахуванням невизначеностей в комп'ютерних системах підтримки прийняття рішень для визначення

оптимальних параметрів керування складними технічними об'єктами. Визначення нижньої та верхньої функції належності різного типу для оцінки площі невизначеності в інтервальних нечітких множинах типу-2. Розробка складених інтервальних нечітких множин типу-2 з урахуванням різних типів невизначеностей.

Невизначеності в нечітких системах логічного виведення типу-2

У роботі [15] автором розглядаються поняття невизначеностей різного типу при побудові функцій належності в нечітких системах: інтраневизначеність та інтерневизначеність. Інтраневизначеність виникає у одного суб'єкта (експерт) внаслідок недостатньої кількості знань щодо об'єкта досліджень або нечіткої оцінки щодо певного слова (терм лінгвістичної змінної). Інтерневизначеність виникає внаслідок різних оцінок термів лінгвістичної змінної від різних експертів. Інтраневизначеність може бути описана як ІНМТ2, а інтерневизначеність – шляхом об'єднання різних ІНМТ2. Варто зазначити, що при розробці систем нечіткого регулювання необхідно врахувати те, що невизначеності можуть виникати не лише під час опису лінгвістичних змінних, а й під час роботи комп'ютерної системи та об'єкта керування. Основні причини виникнення невизначеностей різного типу наведено на рис. 1.



Рис. 1 – Невизначеності при розробці систем нечіткого логічного виведення типу-2

Перед розробкою систем нечіткого виводу типу-2 рекомендується виконувати перевірку вхідних даних на наявність статистичних невизначеностей, зокрема і для врахування виключних ситуацій, які пов'язані з працездатністю компонентів комп'ютерної системи. За допомогою набору даних, що не містить статистичних невизначеностей, або якщо природа їх виникнення відома – можна будувати нечіткі множини типу-2. Як ми бачимо на рис. 1,

невизначеності з'являються при оцінці експертами термів лінгвістичної змінної. Якщо модель визначена однією оцінкою ($n=1$), то ми маємо ситуацію інтраневизначеності та використовуємо ІНМТ2. У даній роботі оцінка однієї групи експертів ($k=1$) визначається також як інтраневизначеність, оскільки їхнє рішення має бути узгодженим. Також вона може бути визначена як інтервизначеність шляхом об'єднання кожної окремої оцінки. Зазвичай, виконується наступна умова при $k=n=1$:

$$FOU(k) \geq FOU(n), \quad (1)$$

де $FOU(k)$ – площа невизначеності (footprint of uncertainty) для оцінки групи експертів, $FOU(n)$ – площа невизначеності для оцінки одного експерта.

Незважаючи на різні причини виникнення невизначеностей, оцінки експертів щодо опису конкретного терму можуть змінитися після проведення ряду досліджень, зокрема: збільшення кількості експериментів, зміна технічних параметрів об'єкта керування, зміна або уточнення факторів зовнішнього середовища, а також – перевірка надійності роботи компонентів комп'ютерної системи. Внаслідок виникнення нових наборів даних після проведення експериментальних досліджень доцільно переглянути параметри функції належності типу-2, їх типів та кількість термів для кожної лінгвістичної змінної. Також додатковими шляхами удосконалення системи нечіткого виводу може бути моделювання нових лінгвістичних змінних, що часто використовується при визначенні нових факторів зовнішнього середовища. Не рекомендується проектування нечітких систем типу-2, вхідними даними у котрих є пов'язані параметри різних компонентів однієї комп'ютерної системи, особливо якщо зв'язок між ними не є дослідженим та залежить від зовнішніх факторів. Такі дії можуть призвести до збільшення похибки при перетворенні типів функцій належності на виході нечіткої системи.

Інтервальні нечіткі множини типу-2

Визначення нечітких множин типу-2 та основні операції над ними наведено авторами у роботах [16,17]. Також зазначається, що для проєктування нечітких систем типу-2 можливе використання математичного апарату нечітких множин типу-1.

Нечітка множина типу-2 (\tilde{A}) на універсальній множині X визначена функцією належності типу-2 – $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$, де $0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x, u) \leq 1$ [16]:

$$\tilde{A} = \{(x, u), \mu_{\tilde{A}}(x, u) \mid \forall x \in X, \forall u \in J_x \subseteq [0,1]\}, \quad (2)$$

де J_x – первинна належність x . Іншим варіантом визначення НМТ2 є об'єднання значень належностей для всіх допустимих x та u :

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} \mu_{\tilde{A}}(x, u) / (x, u), \quad J_x \subseteq [0,1]. \quad (3)$$

Враховуючи обчислювальну складність при роботі з нечіткими множинами, при побудові систем нечіткого регулювання використовуються інтервальні нечіткі множини типу-2. ІНМТ2 є нечіткою множиною, де виконується наступна умова – для всіх $\mu_{\tilde{A}}(x, u) = 1$. Таким чином ІНМТ2 є підмножиною нечітких множин типу-2 та описується наступним чином [16]:

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} 1 / (x, u), \quad J_x \subseteq [0,1]. \quad (4)$$

Для визначення ІНМТ2 достатньо описати площу невизначеності (FOU) за допомогою двох функцій належності типу-1: нижньої (lower membership function, $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$) та верхньої (upper membership function, $\overline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$), між якими виконується нерівність:

$$\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x) \leq \overline{\mu}_{\tilde{A}}(x), \quad \forall x \in X. \quad (5)$$

Визначення розміру FOU є однією з основних задач при проектуванні систем нечіткого логічного виведення, оскільки збільшення її розмірів впливає на точність роботи створеної моделі та збільшення часу на виконання обчислень в комп'ютерній системі.

Іншою задачею є вибір типу функцій належності. На сьогоднішній день, одними з найбільш використовуваних функцій належності типу-2 при розробці систем нечіткого логічного виведення є: гаусова (gaussmf), трикутна (trimf), трапецієподібна (trapmf) та дзвоноподібна (gbellmf). Приклади даних функцій належності типу-2 наведено на рис. 2. У роботі [18] авторами використовуються нестандартні функції належності типу-2 для моделювання невизначеності.

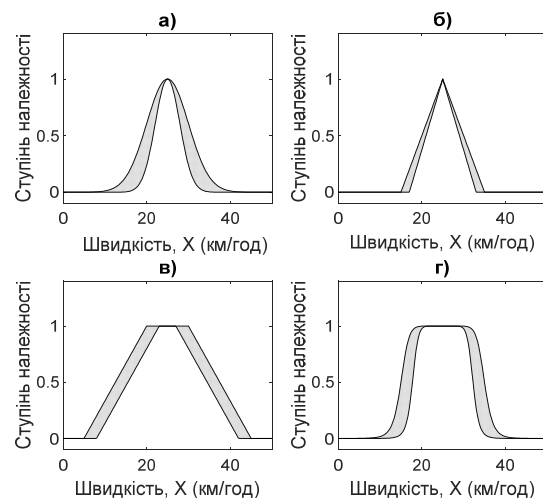


Рис. 2 – Функції належності типу-2: а) – гаусова (gaussmf); б) – трикутна (trimf); в) – трапецієподібна (trapmf); г) – дзвоноподібна (gbellmf)

При розробці систем нечіткого регулювання доцільно використовувати функції належності, які мають мінімальну кількість параметрів, тому використаємо гаусову функцію належності типу-1 для побудови функцій належності типу-2:

$$\mu_A(x_{m,\sigma}) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right], \quad (6)$$

де $\mu_A(x_{m,\sigma})$ – гаусова функція належності типу-1, m – центр нечіткої множини, σ – параметр відхилення (крутизна функції).

Розглянемо методи визначення ІНМТ2 для моделі інтраневизначеності – один експерт ($n=1$). Як зазначалося раніше, для побудови ІНМТ2 достатньо визначити 2 функції належності типу-1. Для гаусової функції належності існує три варіанти визначення ІНМТ2 за допомогою функцій належності типу-1 [17]:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = f(m_1, m_2, \sigma); \quad (7)$$

$$\mu_{\bar{A}}(x) = f(m, \sigma_1, \sigma_2); \quad (8)$$

$$\mu_{\bar{A}}(x) = f(m_1, m_2, \sigma_1, \sigma_2). \quad (9)$$

Однак варіант з використанням 4-х параметрів (9) рідко використовується на практиці. Для подальшого визначення нижньої та верхньої функції належності задається наступна умова: $\sigma_1 < \sigma_2$. З урахуванням нерівності (5) значення нижньої функції належності $\underline{\mu}_{\bar{A}}(x)$ для (8) описується наступним чином [17]:

$$\underline{\mu}_{\bar{A}}(x) = f(x, m, \sigma_1) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma_1}\right)^2\right]. \quad (10)$$

Для верхньої функції належності $\bar{\mu}_{\bar{A}}(x)$ отримаємо:

$$\bar{\mu}_{\bar{A}}(x) = f(x, m, \sigma_2) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma_2}\right)^2\right]. \quad (11)$$

Нижня та верхня функції належності також можуть бути визначені за допомогою коефіцієнта відхилення для значень $\sigma - k_\sigma$. Для коефіцієнта має виконуватися наступна умова: $0 \leq k_\sigma < 1$. Якщо $k_\sigma = 0$, то $\underline{\mu}_{\bar{A}}(x) = \bar{\mu}_{\bar{A}}(x)$. У цьому випадку ми отримаємо функцію належності типу-1. Коефіцієнт k_σ може бути використаний в системі нечіткого регулювання у 3 різних формах: для визначення нижньої функції належності $\underline{\mu}_{\bar{A}}(x)$; для визначення верхньої функції належності $\bar{\mu}_{\bar{A}}(x)$; для визначення нижньої та верхньої функцій належності ($\underline{\mu}_{\bar{A}}(x), \bar{\mu}_{\bar{A}}(x)$). При цьому його значення впливає безпосередньо на розмір площі невизначеності. На

рис. 3 зображені площі невизначеності при різних значеннях коефіцієнта k_σ , котрі визначають нижню функцію належності $\underline{\mu}_{\bar{A}}(x)$. Виходячи з рис. 3, збільшення значення k_σ призводить до збільшення розміру FOU. Якщо враховувати нерівність (1) для оцінки розміру FOU, отримаємо наступну нерівність для значень коефіцієнта k_σ для одного експерта ($n=1$) та 1 групи експертів ($k=1$):

$$k_\sigma(k) \geq k_\sigma(n). \quad (12)$$

З використанням коефіцієнту k_σ для визначення двох функцій належності отримаємо наступний вираз для нижньої функції належності $\underline{\mu}_{\bar{A}}(x)$:

$$\underline{\mu}_{\bar{A}}(x) = f(x, m, \sigma, k) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma - k_\sigma \cdot \sigma}\right)^2\right]. \quad (13)$$

Верхня функції належності $\bar{\mu}_{\bar{A}}(x)$ описується наступним чином:

$$\bar{\mu}_{\bar{A}}(x) = f(x, m, \sigma, k) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma + k_\sigma \cdot \sigma}\right)^2\right]. \quad (14)$$

Зміна коефіцієнту k_σ при проектуванні системи нечіткого регулювання можлива після проведення експериментальних досліджень. Зокрема, після багаторазового повторення експерименту, значення k_σ може бути зменшене, а при врахуванні додаткових факторів зовнішнього середовища або несправностей в роботі комп'ютерної системи підтримки прийняття рішень, може бути збільшене. Декілька коефіцієнтів k_σ з окремою вагою використовують для визначення ІНМТ2 з урахуванням оцінок між експертами в межах 1 групи.

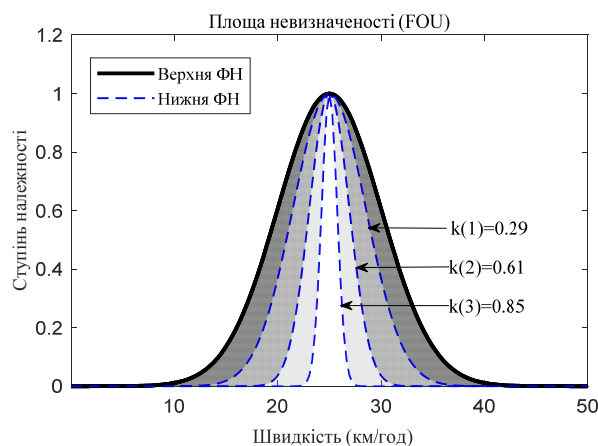


Рис. 3 – Площі невизначеності для різних значень коефіцієнту відхилення k_σ ($\sigma = 5, m = 25$)

Інтерневизначеність в системах нечіткого логічного виведення

Методи, які використовуються для визначення інтраневизначеностей при проектуванні ІНМТ2 в системах нечіткого регулювання, можна використати і для врахування інтерневизначеностей (кількість експертів $n > 1$, кількість груп експертів $k > 1$). Однак існують певні особливості щодо визначення параметрів ІНМТ2, зокрема функції (7-9) визначаються кількістю параметрів, що відповідає кількості експертів та груп. Таким чином отримаємо функції ($n > 1$), що містять декілька параметрів для центру нечіткої множини та відхилення:

$$\mu_{\tilde{A}(n)}(x) = f(m_1, m_2, \dots, m_n; \sigma); \quad (15)$$

$$\mu_{\tilde{A}(n)}(x) = f(m; \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n); \quad (16)$$

$$\mu_{\tilde{A}(n)}(x) = f(m_1, m_2, \dots, m_n; \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n). \quad (17)$$

Для декількох груп експертів ($k > 1$) отримаємо наступні функції:

$$\mu_{\tilde{A}(k)}(x) = f(m_1, m_2, \dots, m_k; \sigma); \quad (18)$$

$$\mu_{\tilde{A}(k)}(x) = f(m; \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k); \quad (19)$$

$$\mu_{\tilde{A}(k)}(x) = f(m_1, m_2, \dots, m_k; \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k). \quad (20)$$

Для опису нижньої $\underline{\mu}_{\tilde{A}(n,k)}(x)$ та верхньої $\overline{\mu}_{\tilde{A}(n,k)}(x)$ функцій належності, при фіксованому значенні m (19), необхідно визначити σ_{\min} та σ_{\max} . Тоді нижня функція належності матиме наступний вигляд:

$$\underline{\mu}_{\tilde{A}(n,k)}(x) = f(x, m, \sigma_{\min}) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma_{\min}}\right)^2\right]. \quad (21)$$

Верхня функція належності для ситуації інтерневизначеності описується з використанням максимального значення відхилення у гаусовій функції належності:

$$\overline{\mu}_{\tilde{A}(n,k)}(x) = f(x, m, \sigma_{\max}) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma_{\max}}\right)^2\right]. \quad (22)$$

У цьому випадку множина $\tilde{A}(n, k)$ є складеною, тобто такою, що визначена декількома функціями належності типу-2 [17]. Однак площа невизначеності в цьому випадку описується за допомогою двох функцій належності типу-1, які можуть бути підмножинами різних нечітких множин типу-2. У цьому випадку FOU визначається незалежно від того, яка кількість експертних оцінок використовується в задачі системи нечіткого логічного виведення.

FOU для $\tilde{A}(n, k)$ може бути описана наступним чином:

$$FOU(\tilde{A}(n, k)) = \bigcup_{x \in X} \left[\underline{\mu}_{\tilde{A}(n,k)}(x), \overline{\mu}_{\tilde{A}(n,k)}(x) \right]. \quad (23)$$

Однак ІНМТ2 може бути визначена за допомогою різних типів функцій належності, що ускладнює визначення нижньої та верхньої функцій належності, а також опис площі невизначеності. Якщо не існує таких функцій належності, де виконується умова:

$$\underline{\mu}_{\tilde{A}(n,k)}(x) \leq \mu_{\tilde{A}(n,k)}(x') \leq \overline{\mu}_{\tilde{A}(n,k)}(x), \forall x \in X, \quad (24)$$

де $\mu_{\tilde{A}(n,k)}(x')$ – будь-яка функція належності, яка є підмножиною FOU , то доцільно описувати площу невизначеності як об'єднання декількох FOU , що мають меншу площу та задовольняють умову (24).

Висновки

Невизначеності різного типу, які виникають під час оцінок експертами окремих параметрів об'єкта керування, впливають на типи та кількість функцій належності, а також – на розміри FOU . Розглянуті властивості функцій належності та розроблені методи визначення FOU для різних типів невизначеностей не є вичерпними, оскільки існує висока ймовірність зменшення або збільшення розмірів FOU після проведення експериментальних досліджень.

При розробці комп'ютерних систем підтримки прийняття рішень доцільно використовувати коефіцієнти відхилення (регулювання) параметрів. Для інтраневизначеності коефіцієнт застосовується до параметрів функцій належності. У цьому випадку – необхідно досліджувати розміри FOU , оскільки збільшення площі невизначеності зменшує точність роботи системи нечіткого регулювання. В ситуаціях інтерневизначеності FOU визначається декількома функціями належності типу-2, тому доцільне використання коефіцієнту ваги для кожної з них. Значення коефіцієнту ваги залежить від знань та досвіду експертів (різних груп експертів). Також необхідно досліджувати побудову ІНМТ2 за допомогою різних функцій належності, оскільки це ускладнює визначення FOU .

Список літератури

1. Reddy P. V. S. Fuzzy logic based on Belief and Disbelief membership functions. *Fuzzy Information and Engineering*. 2017. 9(4). P. 405-422. doi: 10.1016/j.fiae.2017.12.001.
2. Babanezhad M., Masoumian A., Nakhjiri A. T., Marjani A., Shirazian S. Influence of number of membership functions on prediction of membrane systems using adaptive network based fuzzy inference system (ANFIS). *Scientific Reports*. 2020. Vol. 10(1). P. 1-20. doi:10.1038/s41598-020-73175-0.

3. Pelalak R., Nakhjiri A. T., Marjani A., Rezakazemi M., Shirazian S. Influence of machine learning membership functions and degree of membership function on each input parameter for simulation of reactors. *Scientific Reports*. 2021. 11(1). P.1-11. doi:10.1038/s41598-021-81514-y.
4. Razak T. R., Garibaldi J. M., Wagner C., Pourabdollah A., Soria D. Toward a Framework for Capturing Interpretability of Hierarchical Fuzzy Systems—A Participatory Design Approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 2020. 29(5). P.1160-1172. doi: 10.1109/TFUZZ.2020.2969901.
5. Zadeh L. A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I. *Information sciences*. 1975. Vol. 8(3). P.199-249. doi: 10.1016/0020-0255(75)90036-5.
6. Liang Q., Mendel J. M. Interval type-2 fuzzy logic systems: theory and design. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 2000. 8(5). P. 535-550. doi: 10.1109/91.873577.
7. Mendel J. M. Type-2 fuzzy sets: some questions and answers. *IEEE Connections, Newsletter of the IEEE Neural Networks Society*. 2003. 1. P. 10-13.
8. Deveci M., Cali U., Kucuksari S. and Erdogan N. Interval type-2 fuzzy sets based multi-criteria decision-making model for offshore wind farm development in Ireland. *Energy*. 2020. P. 117317. doi: 10.1016/j.energy.2020.117317.
9. Oladipupo O. O., Oyelade O. J., Adubi S. Recruitment process based on computing with words using interval type-2 fuzzy set HM approach. In *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2019*. 2019.
10. Biswas, R., Sil J. An improved canny edge detection algorithm based on type-2 fuzzy sets. *Procedia Technology*. 2012. 4. P. 820-824. doi: 10.1016/j.protecy.2012.05.134.
11. Hosseini R., Qanadli S. D., Barman S., Mazinani M., Ellis T., Dehmeshki J. An automatic approach for learning and tuning Gaussian interval type-2 fuzzy membership functions applied to lung CAD classification system. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 2011. 20(2). P. 224-234. doi: 10.1109/TFUZZ.2011.2172616.
12. Zhao F., Chen Y., Liu H., Fan J. Alternate PSO-based adaptive interval type-2 intuitionistic fuzzy C-means clustering algorithm for color image segmentation. *IEEE Access*. 2019. 7. P. 64028-64039. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2916894.
13. Yatak M. Ö., Şahin F. Ride Comfort-Road Holding Trade-off Improvement of Full Vehicle Active Suspension System by Interval Type-2 Fuzzy Control. *Engineering Science and Technology, an International Journal*. 2021. 24(1). P. 259-270. doi: 10.1016/j.jestch.2020.10.006.
14. Al-Mahturi A., Santoso F., Garratt M. A., Anavatti S. G. A robust adaptive interval Type-2 fuzzy control for autonomous underwater vehicles. In *2019 IEEE International Conference on Industry 4.0, Artificial Intelligence, and Communications Technology (IAICT)*. 2019. P. 19-24. doi: 10.1109/ICIAICT.2019.8784855.
15. Mendel J. M. Fuzzy sets for words: a new beginning. In *The 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ'03*. 2003. 1. P. 37-42. doi: 10.1109/FUZZ.2003.1209334.
16. Mendel J. M., John R. I., Liu F. Interval type-2 fuzzy logic systems made simple. *IEEE transactions on fuzzy systems*. 2006. 14(6). P.808-821. doi:10.1109/TFUZZ.2006.879986.
17. Zakovorotniy A., Kharchenko A. Optimal Speed Controller Design with Interval Type-2 Fuzzy Sets. In *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*. 2021. P. 363-366. doi: 10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570045.
18. Kayacan E., Sarabakha A., Coupland S., John R., Khanesar M. A. Type-2 fuzzy elliptic membership functions for modeling uncertainty. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2018. 70. P. 170-183. doi: 10.1016/j.engappai.2018.02.004.

References (transliterated)

1. Reddy P. V. S. Fuzzy logic based on Belief and Disbelief membership functions. *Fuzzy Information and Engineering*, 2017, 9(4), pp. 405-422, doi: 10.1016/j.fiae.2017.12.001.
2. Babanezhad M., Masoumian A., Nakhjiri A. T., Marjani A., Shirazian S. Influence of number of membership functions on prediction of membrane systems using adaptive network based fuzzy inference system (ANFIS). *Scientific Reports*, 2020, vol. 10(1), pp. 1-20, doi: 10.1038/s41598-020-73175-0.
3. Pelalak R., Nakhjiri A. T., Marjani A., Rezakazemi M., Shirazian S. Influence of machine learning membership functions and degree of membership function on each input parameter for simulation of reactors. *Scientific Reports*, 2021, 11(1), pp. 1-11, doi:10.1038/s41598-021-81514-y.
4. Razak T. R., Garibaldi J. M., Wagner C., Pourabdollah A., Soria D. Toward a Framework for Capturing Interpretability of Hierarchical Fuzzy Systems—A Participatory Design Approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2020, 29(5), pp. 1160-1172, doi: 10.1109/TFUZZ.2020.2969901.
5. Zadeh L. A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I. *Information sciences*, 1975, vol. 8(3), pp. 199-249. doi: 10.1016/0020-0255(75)90036-5.
6. Liang Q., Mendel J. M. Interval type-2 fuzzy logic systems: theory and design. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2000, 8(5), pp. 535-550, doi: 10.1109/91.873577.
7. Mendel J. M. Type-2 fuzzy sets: some questions and answers. *IEEE Connections, Newsletter of the IEEE Neural Networks Society*, 2003, 1, pp. 10-13.
8. Deveci M., Cali U., Kucuksari S. and Erdogan N. Interval type-2 fuzzy sets based multi-criteria decision-making model for offshore wind farm development in Ireland. *Energy*, 2020, p.117317, doi:10.1016/j.energy.2020.117317.
9. Oladipupo O. O., Oyelade O. J., Adubi S. Recruitment process based on computing with words using interval type-2 fuzzy set HM approach. In *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2019*, 2019.
10. Biswas R., Sil J. An improved canny edge detection algorithm based on type-2 fuzzy sets. *Procedia Technology*, 2012, 4, pp. 820-824, doi: 10.1016/j.protecy.2012.05.134.
11. Hosseini R., Qanadli S. D., Barman S., Mazinani M., Ellis T., Dehmeshki J. An automatic approach for learning and tuning Gaussian interval type-2 fuzzy membership functions applied to lung CAD classification system. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2011, 20(2), pp. 224-234, doi: 10.1109/TFUZZ.2011.2172616.
12. Zhao F., Chen Y., Liu H., Fan J. Alternate PSO-based adaptive interval type-2 intuitionistic fuzzy C-means clustering algorithm for color image segmentation. *IEEE Access*, 2019, 7, pp. 64028-64039, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2916894.
13. Yatak M. Ö., Şahin F. Ride Comfort-Road Holding Trade-off Improvement of Full Vehicle Active Suspension System by Interval Type-2 Fuzzy Control. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 2021, 24(1), pp. 259-270, doi: 10.1016/j.jestch.2020.10.006.

14. Al-Mahturi A., Santoso F., Garratt M. A., Anavatti S. G. A robust adaptive interval Type-2 fuzzy control for autonomous underwater vehicles. In *2019 IEEE International Conference on Industry 4.0, Artificial Intelligence, and Communications Technology (IAICT)*, 2019, pp. 19-24, doi: 10.1109/ICIAICT.2019.8784855.
15. Mendel J. M. Fuzzy sets for words: a new beginning. In *The 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2003. FUZZ'03*, 2003, 1, pp. 37-42, IEEE, doi: 10.1109/FUZZ.2003.1209334.
16. Mendel J. M., John R. I., Liu F. Interval type-2 fuzzy logic systems made simple. *IEEE transactions on fuzzy systems*, 2006, 14(6), pp.808-821, doi:10.1109/TFUZZ.2006.879986.
17. Zakovorotniy A., Kharchenko A. Optimal Speed Controller Design with Interval Type-2 Fuzzy Sets. In *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, 2021 pp. 363-366, doi:10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570045.
18. Kayacan E., Sarabakha A., Coupland S., John R., Khanesar M. A. Type-2 fuzzy elliptic membership functions for modeling uncertainty. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2018, 70, pp. 170-183, doi: 10.1016/j.engappai.2018.02.004.

Відомості про авторів (About authors)

Заковоротний Олександр Юрійович – доктор технічних наук, професор кафедри обчислювальної техніки та програмування, вчений секретар Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; ORCID: 0000-0003-4415-838X; e-mail: zakovorotniy@kpi.kharkov.ua.

Alexander Zakovorotniy – Doctor of Technical Sciences, Professor, Computer Engineering and Programming Department, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv, Ukraine; ORCID: 0000-0003-4415-838X; e-mail: zakovorotniy@kpi.kharkov.ua.

Харченко Артем Олександрович – аспірант, кафедра обчислювальної техніки та програмування, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; ORCID: 0000-0002-5636-3148; e-mail: artem.kharchenko.ua@gmail.com.

Artem Kharchenko – Ph.D Student, Computer Engineering and Programming Department, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv, Ukraine; ORCID: 0000-0002-5636-3148; e-mail: artem.kharchenko.ua@gmail.com.

Будь ласка, посилайтесь на цю статтю наступним чином:

Заковоротний О. Ю., Харченко А. О. Властивості інтервальних нечітких множин типу-2 в системах підтримки прийняття рішень. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Нові рішення в сучасних технологіях.* – Харків: НТУ «ХПІ». 2021. № 4 (10). С. 75–81. doi:10.20998/2413-4295.2021.04.10.

Please cite this article as:

Zakovorotniy A., Kharchenko A. Properties of interval type-2 fuzzy sets in decision support systems. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: New solutions in modern technology.* – Kharkiv: NTU "KhPI", 2021, no. 4 (10), pp. 75–81, doi:10.20998/2413-4295.2021.04.10.

Пожалуйста, ссылайтесь на эту статью следующим образом:

Заковоротный А. Ю., Харченко А. О. Свойства интервальных множеств типа-2 в системах поддержки принятия решений. *Вестник Национального технического университета «ХПИ». Серия: Новые решения в современных технологиях.* – Харьков: НТУ «ХПИ». 2021. № 4 (10). С. 75–81. doi:10.20998/2413-4295.2021.04.10.

АННОТАЦІЯ Рассмотрены определения и методы построения интервальных нечетких множеств типа-2 в системах нечеткого логического вывода для задач управления сложными техническими объектами в условиях неопределенности. Описаны основные типы неопределенностей, которые возникают при проектировании систем нечеткого логического вывода и зависят от количества экспертных оценок. Предложены методы оценки интранеоопределенности и интернеопределенности с учетом разного количества экспертных оценок на этапе определения типов и количества функций принадлежности. Определены факторы, влияющие на параметры и свойства интервальных нечетких множеств типа-2 во время экспериментальных исследований. К числу таких факторов относятся: количество проведенных экспериментов, факторы внешней среды, технические параметры объекта управления и работоспособность компонентов компьютерной системы поддержки принятия решений. Исследованы свойства нижних и верхних функций принадлежности интервальных нечетких множеств типа-2 на примере гауссовой функции принадлежности, которая является одной из наиболее используемых в задачах проектирования систем нечеткого логического вывода. Учтены основные особенности и отличия в методах определения нижних и верхних функций принадлежности интервальных нечетких множеств типа-2 для разных типов неопределенностей. Рассмотрены методы описания площади неопределенности, а также зависимости ее размеров от количества экспертных оценок. Площадь неопределенности характеризуется нижней и верхней функциями принадлежности, а ее размеры влияют непосредственно на точность полученных решений. Разработаны методы определения интервальных нечетких множеств типа-2 с помощью коэффициентов регулирования параметров функций принадлежности для интранеоопределенности и коэффициентов веса функций принадлежности для интернеопределенностей. Коэффициент регулирования параметров функций может использоваться для описания нижней и верхней функций принадлежности, оценивая при этом размеры площади неопределенности. Определены составные интервальные множества типа-2 для учета интернеопределенностей в задачах проектирования систем нечеткого логического вывода.

Ключевые слова: интервальное нечеткое множество типа-2; функция принадлежности; коэффициент регулирования; система поддержки принятия решений; оптимальное управление

Надійшла (received) 22.11.2021