

## ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ СТУДЕНТОВ К ТИПОЛОГИЧЕСКОЙ ГРУППЕ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ УСПЕВАЕМОСТИ

**V. A. ШЕВЧЕНКО\***

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Харьков, УКРАИНА

\* email: vicashev@gmail.com

**АННОТАЦІЯ** Сформульовано задачу розподілу студентів на типологічні групи як задачу прийняття рішення в умовах невизначеності. Проведено огляд деяких варіантів графічного представлення функції принадлежності, на підставі чого функція принадлежності нечіткої множини студентів до певної типологічної групи залежно від успішності представлена в трапецієдальному вигляді. Визначено значення функції принадлежності нечіткої функції передозподілу студентів в іншу типологічну групу

**Ключові слова:** функція принадлежності, нечітка множина, типологічна група, успішність студентів, графічне представлення

**АННОТАЦИЯ** Сформулирована задача распределения студентов по типологическим группам как задача принятия решения в условиях неопределенности. Проведен обзор некоторых вариантов графического представления функций принадлежности, на основании чего функция принадлежности нечеткого множества студентов к определенной типологической группе в зависимости от успеваемости представлена в трапециевидном виде. Определены значения функции принадлежности нечеткой функции передраспределения студентов в другую типологическую группу

**Ключевые слова:** функция принадлежности, нечеткое множество, типологическая группа, успеваемость студентов, графическое представление

## GRAPHICAL REPRESENTATION OF THE FUNCTION OF STUDENT TYPOLOGICAL GROUP MEMBERSHIP, DEPENDING ON THE ACADEMIC PERFORMANCE

**V. SHEVCHENKO\***

Kharkiv National Automobile and Highway University, Kharkiv, UKRAINE

**ABSTRACT** The aim of the article is to determine the value of the membership function of the fuzzy function of student redistribution into a different typological group based on the graphical representation of the results of student distribution into typological groups, depending on the academic performance. To achieve the assigned goal, there were used the methods of cluster analysis and the theory of fuzzy sets. The problem of student distribution into typological groups as a problem of decision-making under uncertainty is formulated. There was carried out a review of some embodiments of membership functions graphical representation, based on which the function of a fuzzy set of students belonging to a certain typological group, depending on the academic performance is presented in the form of a trapezoid. Based on the graphic representation of functions of a fuzzy set of students belonging to a typological group, depending on the academic performance, the quantitative values of student redistribution possibilities from one typological group into another were determined. The results of studies outlined in this article create preconditions for formalization of a complex and insufficiently structured process of knowledge acquisition by students. A graphical representation of the membership function in the form of a trapezoid, which reflects the distribution of a fuzzy set of students into certain typological groups, depending on the academic performance, is the basis for building models of student academic performance, using modern heuristic methods of knowledge representation. The results obtained can be used in creating the automated systems of training process control

**Key words:** membership function, fuzzy set, typological group, student performance, graphical representation

### Введение

На современном этапе развития образования Украины особое внимание уделяется созданию единой информационно-компьютерной системы управления образованием. Попытки создания такой

системы наталкиваются на значительные трудности, связанные с исследованием многообразных слабоструктурированных когнитивных, учебных и образовательных процессов. Преодоление указанных трудностей возможно с помощью разработки методов

формalизації слабоструктурованих процесов управління в сфері образования на основe теорії приняття рeшений, евристических методов представления знаний, теорії искусственного интеллекта, теорії нечетких множеств и других методов.

### Цель работы

В работе [1] автором предложен метод распределения студентов по типологическим группам в зависимости от успеваемости. Суть метода заключается в том, что поток студентов распределяется по типологическим группам на основе методов кластерного анализа, и по результатам распределения строится прогноз успеваемости студентов. В случаях, когда текущая успеваемость студента не соответствует прогнозируемой, для повышения точности прогнозирования организована возможность перераспределения студентов из одной типологической группы в другую с учетом мотивации и способности студента к обучению. Считая факторы мотивации и способности к обучению статистически неопределенными параметрами, задачу перераспределения студентов по типологическим группам будем считать задачей принятия решений в условиях неопределенности, а результат распределения студентов по типологическим группам представим в виде нечеткой функции  $\tilde{K}$ :

$$\tilde{K} = (X, Y, \tilde{F}), \quad (1)$$

где  $X = \{x_i\}, i = \overline{1, 4}$  – четкое множество типологических классов, по которым произведено распределение студентов методом кластерного анализа;  $Y = \{y_j\}, j = \overline{1, 4}$  – четкое множество типологических классов, по которым возможно перераспределение студентов;  $\tilde{F} = \{\mu_{\tilde{F}}(x_i, y_j)\}$  – нечеткое множество в  $X \times Y$ , где  $\mu_{\tilde{F}}(x_i, y_j)$  – функция принадлежности;  $x_i \in X, i = \overline{1, 4}; y_j \in Y, j = \overline{1, 4}$ .

Методика проведения процедуры перераспределения студентов по типологическим группам приведена в работе [2].

Цель настоящей статьи – определить значения функции принадлежности нечеткой функции перераспределения студентов в другую типологическую группу на основе графического представления результатов

распределения студентов по типологическим группам в зависимости от их успеваемости.

### Графическое представление распределения студентов по типологическим группам

Функция принадлежности может иметь графическое представление разного вида: прямоугольного (рис.1), описывается выражением (2); экспоненциального (рис. 2), описывается выражением (3); трапециевидного (рис. 3), описывается выражением (4) и т. д.

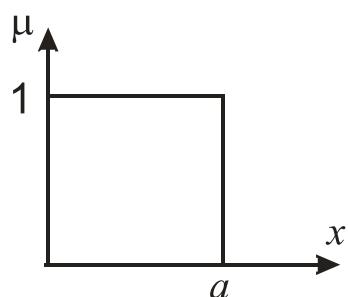


Рис. 1 – Прямоугольный вид функции принадлежности

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq a; \\ 0 & x > a, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\mu$  – функция принадлежности;  $x$  – нечеткое множество;  $a$  – некоторый параметр, принимающий произвольное значение,  $a \in x$ .

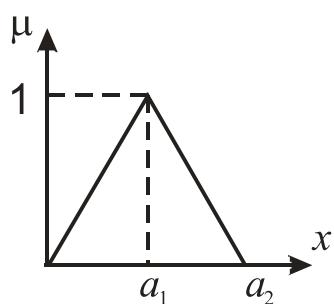


Рис. 2 – Треугольный вид функции принадлежности

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x}{a_1}, & 0 \leq x < a_1; \\ \frac{a_2 - x}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2; \\ 0 & a_2 < x, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\mu$  – функция принадлежности;  $x$  – нечеткое множество;  $a_1, a_2$  – некоторые параметры, принимающие произвольное значение и упорядоченные отношением  $a_1 \leq a_2, a \in x$ .

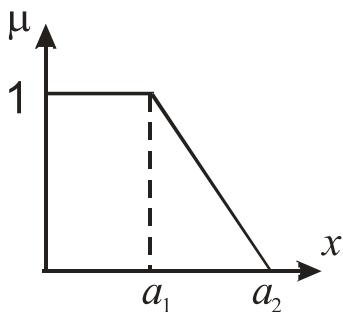


Рис. 3 – Трапецієвидальний вид функції принадлежності

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < a_1; \\ \frac{a_2 - x}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2; \\ 0, & a_2 < x, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\mu$  – функция принадлежности;  $x$  – нечеткое множество;  $a_1, a_2$  – некоторые параметры, принимающие произвольное значение и упорядоченные отношением  $a_1 \leq a_2, a \in x$ .

Вид функции принадлежности определяется лицом, принимающим решения, на основе различных субъективных факторов, таких как опыт, интуиция и др.. Проанализировав процесс распределения студентов по типологическим группам, было принято решение, что функция принадлежности студентов к определенной типологической группе соответствует трапециевидному виду (рис. 3), описываемому выражением (4):

Рассмотрим нечеткое множество студентов типологической группы «Плохо». К группе «Плохо» относятся неуспевающие студенты. Следовательно, их знания в 100-балльной системе оцениваются в пределах от 0 до 60. Другими словами, если текущая успеваемость студента меньше 60 баллов, он принадлежит к типологической группе «Плохо» с достоверностью, равной 1. Если текущая успеваемость студента в пределах от

60 до 100 баллов, то достоверность того, что студент может попасть в группу «Плохо» будет уменьшаться в обратной зависимости. А так как для оценки успеваемости студентов используется 100-балльная система, то достоверность того, что студент имеет текущую оценку более 100 баллов, будет равна 0. Приняв за  $x$  текущую успеваемость студентов, за  $a_1$  минимальную положительную оценку знаний студентов ( $a_1 = 60$ ), а за  $a_2$  – максимальную положительную оценку знаний студентов ( $a_2 = 100$ ), получим, что выражение (4) описывает нечеткую функцию принадлежности студентов к типологической группе «Плохо». Следовательно, рис. 3 является графическим представлением функции принадлежности нечеткого множества студентов к типологической группе «Плохо».

Учитывая изложенное выше, успеваемость студентов, принадлежащих к типологической группе «Удовлетворительно», находится в пределах от 60 до 75. В этом случае выражение (4) превращается в выражение (5):

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x}{a_1} & 0 \leq x < a_1; \\ 1 & a_1 \leq x < a_2; \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} & a_2 \leq x < a_3; \\ 0 & a_3 < x, \end{cases} \quad (5)$$

где  $a_1 = 60$  баллов;

$a_2 = 75$  баллов;

$a_3 = 100$  баллов.

Изменив значение параметров  $a$  в формуле (4), получим выражение, описывающее нечеткую функцию принадлежности студентов к типологической группе «Хорошо», где  $a_1 = 75$  баллов;  $a_2 = 90$  баллов;  $a_3 = 100$  баллов.

Графическое представление функции принадлежности нечеткого множества студентов к типологической группе «Удовлетворительно» или «Хорошо» имеет вид, представленный на рис. 4.

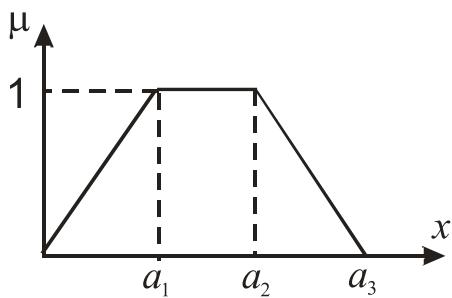


Рис. 4 – Функція принадлежності нечіткого множества студентів к типологіческій групі «Удовлетворительно» або «Хорошо»

Выражение (6) и рис. 5 представляют функцию принадлежности нечеткого множества студентов к типологической группе «Отлично».

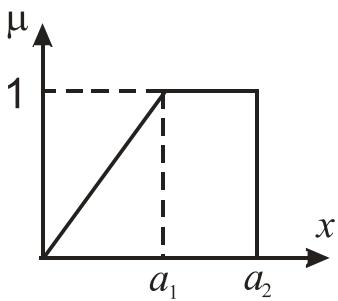


Рис. 5 – Функція принадлежності нечіткого множества студентів к типологіческій групі «Отлично»

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x}{a_1}, & 0 \leq x < a_1; \\ 1, & a_1 \leq x \leq a_2; \\ 0, & a_2 < x, \end{cases} \quad (6)$$

где  $a_1 = 90$  баллов;

$a_2 = 100$  баллов.

Основываясь на трапецидальном виде функции принадлежности, представим графически результат распределения студентов по типологическим группам как функции нечеткого множества. При этом будем учитывать, что в соответствии с распределение баллов в 100-балльной системе успеваемость студентов, соотнесенных к типологической группе «Плохо» находится в пределах от 0 до 59 баллов; успеваемость студентов в

типовогической группе «Удовлетворительно» – в пределах от 60 до 74; в типологической группе «Хорошо» – в пределах от 75 до 89; а в типологической группе «Отлично» – в пределах от 90 до 100 баллов.

Кроме того, с помощью выражений (4 - 6) определим и обозначим графически значения функции принадлежности нечеткой функции перераспределения студентов в другую типологическую группу.

Таким образом, результат распределения студентов в типологическую группу «Плохо» будет иметь вид, представленный на рис. 5.

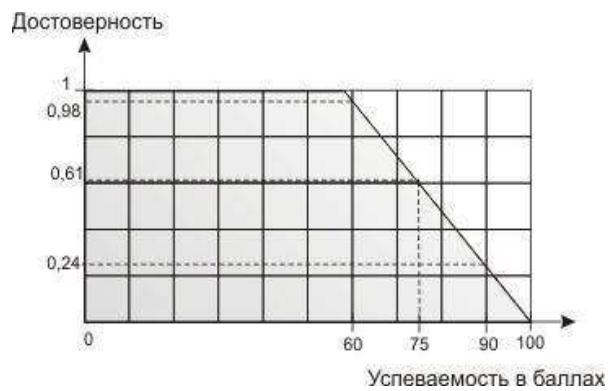


Рис. 5 – Графичне представление функції принадлежності нечіткого множества типологіческої групи «Плохо»

На рис. 5 функция принадлежности нечеткого множества студентов типологической группы «Плохо» равна 1 на интервале успеваемости студентов от 0 до 59, а затем убывает до 0 на интервале успеваемости от 60 до 100 баллов. Достоверность перераспределения студентов из группы «Плохо» в группу «Удовлетворительно» равна 0,98. Другими словами, плохо успевающие студенты могут учиться удовлетворительно с вероятностью 0,98. Аналогично достоверность перераспределения студентов из группы «Плохо» в группу «Хорошо» составляет 0,61, а в группу «Отлично» – 0,24 соответственно.

Рис. 6 иллюстрирует результат распределения студентов в типологическую группу «Удовлетворительно». На данном рисунке функция принадлежности нечеткого множества студентов типологической группы «Удовлетворительно» возрастает от 0 до 1 на интервале успеваемости студентов от 0 до 59, равна 1 на интервале успеваемости от 60 до 74 и убывает от 1 до 0 на интервале успеваемости от 75 до 100 баллов. Достоверность перераспределения студентов из группы «Удовлетворительно» в группу «Плохо» равна

0,98, в группу «Хорошо» – 0,96, в группу «Отлично» – 0,39 соответственно.

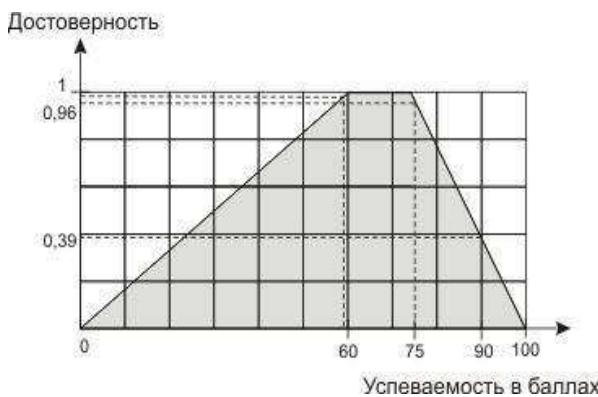


Рис. 6 – Графическое представление функции принадлежности нечеткого множества типологической группы «Удовлетворительно»

Рис. 7 представляет результат распределения студентов в типологическую группу «Хорошо». Достоверность перераспределения студентов из группы «Хорошо» в группу «Плохо» равна 0,79, в группу «Удовлетворительно» – 0,99, в группу «Отлично» – 0,9.

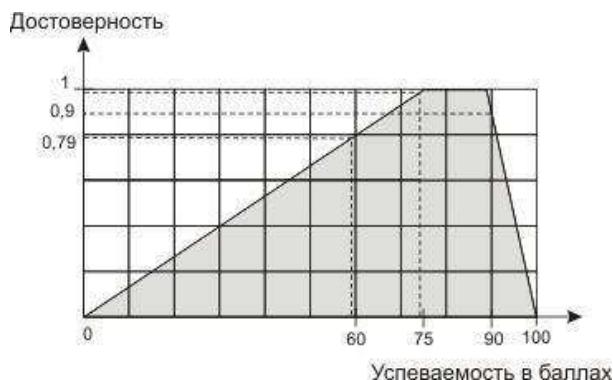


Рис. 7 – Графическое представление функции принадлежности нечеткого множества типологической группы «Хорошо»

На рис. 8 приведен результат распределения студентов в типологическую группу «Отлично». Достоверность перераспределения студентов из группы «Хорошо» в группу «Плохо» с достоверностью 0,66, в группу «Удовлетворительно» – 0,82 в группу «Хорошо» – 0,99.

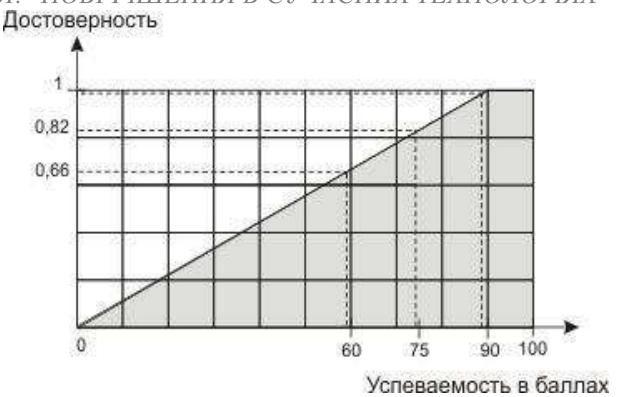


Рис. 8 – Графическое представление функции принадлежности нечеткого множества типологической группы «Отлично»

## Обсуждение результатов

В настоящее время имеется значительное количество работ, в которых обсуждаются проблемы математического моделирования и управления процессом обучения студентов с помощью различного математического аппарата, а также описываются принципы формализации процессов формирования компетентностей студентов. Результаты исследований, представленные в настоящей статье, являются основой для формализации сложного и слабоструктурированного процесса приобретения знаний студентами. Таким образом, созданы предпосылки для построения моделей успеваемости студентов на основе современных эвристических методов представления знаний.

## Выводы

Получено графическое представление функции принадлежности в трапециoidalном виде, которое отражает распределение нечеткого множества студентов к определенной типологической группе в зависимости от успеваемости, что дало возможность определить количественно значения функции принадлежности нечеткой функции перераспределения студентов в другую типологическую группу. Полученные результаты могут быть использованы при построении автоматизированных систем управления процессом обучения.

## Список літератури

- 1 Шевченко, В. А. Распределение студентов на типологические группы с помощью кластерного анализа в зависимости от факторов, влияющих на успеваемость / В. А. Шевченко // Проблеми інтеграції національних закладів вищої освіти до Європейського освітнього середовища: зб. матеріалів міжнародної наук.-метод. конф. – 2012. – Т. 2. – С. 120 – 123.
- 2 Метешкин, К. А. Нечеткое представление результатов кластеризации студентов / К. А. Метешкин, В. А. Шевченко // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – 2012. – Вып. 56. – С. 162 – 168.
- 3 Ладанюк, А. П. Основи системного аналізу: навч. посібник / А. П. Ладанюк – Вінниця: Нова книга, 2004. – 176 с.
- 4 Добрынина, Н. Ф. Математические модели распространения знаний и управления процессом обучения / Н. Ф. Добрынина // Фундаментальные исследования. – 2009. – № 7. – С. 7–9.
- 5 Белова, Л. А. Логико-математические основы управления учебными процессами высших учебных заведений: моногр. / Л. А. Белова, К. А. Метешкин, О. В. Уваров. – Харьков: Вост.-рег. центр гуман.-образ. ініціатив, 2001. – 272 с.
- 6 Fazlollahtabar, H. User/tutor optimal learning path in e-learning using comprehensive neuro-fuzzy approach / H. Fazlollahtabar, I. Mahdavi // Educational Research Review. – 2009. – V. 4 Is. 2. P. 142 – 155.
- 7 Dias, S. B. FuzzyQoI model: A fuzzy logic-based modelling of users' quality of interaction with a learning management system under blended learning / S. B. Dias, J. A. Diniz // Computers & Education. – 2013. V. 69. – P. 38 – 59.
- 8 Lamb, R. L. A computational modeling of student cognitive processes in science education / R. L. Lamb, D. B. Vallett, T. Akmal, K. Baldwin // Computers & Education. – 2014. V. 79. – P. 116 – 125.
- 9 Lupo, T. A fuzzy ServQual based method for reliable measurements of education quality in Italian higher education area / T. Lupo // Expert Systems with Applications. – 2013. – V. 40 Is. 17. – P. 7096 – 7110.
- 10 Chen, S.-M. Evaluating students' answerscripts based on interval-valued intuitionistic fuzzy sets / S.-M. Chen, T.-S. Li // Information Sciences. – 2013. – V. 235. – P. 308 – 322.

- 11 Kwok, R. C.W. Collaborative assessment in education: an application of a fuzzy GSS / R. C.W. Kwok, J. Ma, D. Vogel, D. Zhou // Information & Management. – 2001. – V. 39 Is. 3. – P. 243 – 253.

## References

- 1 Shevchenko, V. A. Distribution of students in the typological groups using cluster analysis, depending on the factors affecting the performance. *Problems integrating national institutions of higher education in the European educational environment: Proceedings of the international scientific and technical conference*, 2012, 2, 120 – 123.
- 2 Meteshkin, K. A. Fuzzy representation of the results of clustering students. *Open information and computer integrated technologies: Proceedings of the National Aerospace University named after N. E. Zhukovsky "HAI"*, 2012, 56, 162 – 168.
- 3 Ladanyuk, A. P. Through systems analysis: a tutorial. Vinnitsa: Nova Knuha, 2004.
- 4 Dobrynina, N. F. Mathematical models of the spread of knowledge and learning management. *Basic research*, 2009, 7, 7–9.
- 5 Belova, L. A. Logical-mathematical foundations of learning management of higher education institutions: monograph. Kharkov: East Regional Center for Humanities and Education Initiatives, 2001.
- 6 Fazlollahtabar, H. User/tutor optimal learning path in e-learning using comprehensive neuro-fuzzy approach. *Educational Research Review*, 2009, 4(2), 142 – 155.
- 7 Dias, S. B. FuzzyQoI model: A fuzzy logic-based modelling of users' quality of interaction with a learning management system under blended learning. *Computers & Education*, 2013, 69, 38 – 59.
- 8 Lamb, R. L. A computational modeling of student cognitive processes in science education. *Computers & Education*, 2014, 79, 116 – 125.
- 9 Lupo, T. A fuzzy ServQual based method for reliable measurements of education quality in Italian higher education area. *Expert Systems with Applications*, 2013, 40(17), 7096 – 7110.
- 10 Chen, S.-M. Evaluating students' answerscripts based on interval-valued intuitionistic fuzzy. *Information Sciences*, 2013, 235, 308 – 322.
- 11 Kwok, R. C.W. Collaborative assessment in education: an application of a fuzzy GSS. *Information & Management*, 2001, 39(3), 243 – 253.

Надійшла (received) 04.03.2015