

установил, что на распределение микротвердости по поверхности отштампованной ЭГ-деформированием крыши автобуса существенным образом влияет последовательность и поле приложения нагрузки. Этим можно добиться упрочнения определенных мест кузова транспортного средства, что благоприятно с точки зрения безопасности водителя и пассажиров. Такая концепция изготовления безопасных автомобилей в последнее время интенсивно развивается, а технология ЭГ-штамповки автокузовных деталей последовательным локальным нагружением может стать полезной.

Оценивая в целом результаты технико-экономической эффективности отработанных техпроцессов можно заключить, что, в использованном виде, они могут быть эффективно применимы в мелкосерийном производстве. Но имеются обоснованные предпосылки возможности построения техпроцессов для серийного производства.

Вторым выводом из исследований процессов является установленная возможность проявления новых полезных свойств качества процесса штамповки.

**Список литературы:** 1. Тараненко М.Е. Влияние управления полем нагружения на расширение технологических возможностей электрогидравлической листовой штамповки. Вестник Харьк. гос. политехн. ун-та. Выпуск 76 – Харьков, 1999, с.23-27. 2. Тараненко М.Е. Электрогидравлическая штамповка крупногабаритных листовых деталей. Вестник Харьк. гос. политехн. ун-та. Выпуск 76 – Харьков, 1999, с.28-31. 3. Старков Н.В., Косенков В.М., Аврамец Д.Р., Гусев А.А. Импульсно-статическая калибровка крупногабаритных деталей. Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. М.: 2008, №5, с. 16-20. 4. Старков Н.В., Косенков В.М., Аврамец Д.Р. Экспериментальное исследование пластичности конструкционных алюминиевых сплавов при импульсном электрогидравлическом нагружении. Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. М.: 2008, №5, с. 3-7. 5. Мерин Б.В., Корнет И.Ф., Савулькин Д.Е. Эффективность ЭГ-правки нежестких деталей при различных условиях нагружения. М.: Кузнечно-штамповочное производство, 1990, №10, с.13-15. 6. Косенков В.М., Старков Н.В., Аврамец Д.Р. Подобие процессов релаксации напряжений в конструкционных материалах при импульсно-статическом нагружении. \ Сб. научн. трудов «Динамическая прочность материалов». Киев, 2008, с. 409-413. 7. Огородніков В.А., Перлов В.Е., Войтків С.В. Керування технологічною спадковістю при листовому штампуванні з метою підвищення безпеки конструкцій. Вісник нац. техн. ун-ту України «КПІ». Сер. Машинобудування. Вид-во Київ, 2010, с. 133-137.

*Поступила в редколлегию 19.01.2011*

**УДК 539.3: 514.862**

**В.В. ПЛЕТИН**, научный сотрудник, ТД Днепропетровского завода сварочных материалов

### **ВЫБОР МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ОВАЛЬНО-КОНИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СХЕМЫ ЕЕ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ**

Показано, что использование ортогональной системы координат при расчете овально-конической оболочки с плоским торцом приводит к неоднородной задаче для неканонической области с периодически возмущенной границей.

Ключевые слова: овально-коническая оболочка, система координат, возмущение границы.

Показано, що використання ортогональної системи координат при розрахунку овально-конічної оболонки з плоским торцем призводить до неоднорідної задачі для неканонічної області з періодично обуреною границею.

Ключові слова: овально-конічна оболонка, система координат, обурення границі.

It is shown that the use of an orthogonal coordinate system when calculating the oval-conic shell with a flat end leads to an inhomogeneous problem for the no canonical region with periodically perturbed boundary.

Key words: oval-conical shell, coordinate system, perturbation of boundary.

## **Введение**

Наиболее широким классом оболочек, используемых в машиностроении и строительстве, является класс оболочек нулевой гауссовой кривизны. Это оболочки, срединная поверхность которых является развертывающейся [1]. К этому классу относятся практически все оболочки, изготавливаемые из листовых материалов путем соединения панелей или обечаек.

Значительное влияние на уровень несущей способности цилиндрических и близких к ним по форме оболочек оказывает неравномерность осевых сжимающих усилий, вызванная конусностью оболочки и овальностью ее торцов. Напряженно-деформированное состояние в этом случае является неоднородным, существенно моментным и нелинейным [2]. Учет неоднородности и геометрической нелинейности приводит к усложнению математической модели объекта и увеличению трудностей, связанных с решением поставленной задачи. Таким образом, построение новых математических моделей деформирования тонкостенных оболочек с развертывающейся срединной поверхностью, позволяющих выявить особенности их деформирования и потери устойчивости, а также разработка методов их исследования является актуальной задачей.

## **Анализ методов параметризации овально-конических оболочек**

Существенная сложность описания поведения оболочек с развертывающейся срединной поверхностью возникает уже на этапе описания геометрии их срединной поверхности. Если овальность торцов неодинакова, то срединная поверхность отличается от цилиндра и конуса. При этом отсутствует единая точка пересечения образующих и оси оболочки, традиционно принимавшаяся в качестве начала отсчета для собственно конических оболочек. Введение координат на такой поверхности возможно несколькими методами, главными из которых являются два следующих.

Согласно первому методу вводится параметризация, координатные линии которой не совпадают с линиями главных кривизн срединной поверхности. Такой подход при изучении овальных конусов продемонстрирован в работах Алмроса, Бругана и Марлоу [3]. Они использовали аффинную систему координат – расстояние от вершины конуса по образующей и размер дуги поперечного сечения. Это позволило задавать граничные условия в традиционной форме. Полученные же при этом уравнения нелинейной теории являются усложненными, не могут быть упрощены и решаются, главным образом, численно. Аналогичный подход для произвольной системы цилиндрических координат, не совпадающих с параметризацией по линиям главных кривизн, использовался в работе Мелбина и Нурдерграафа [4] при рассмотрении овальных

слабо конических оболочек, имитирующих работу кровеносных сосудов. При этом конусность принималась меньшей  $0,1$  радиана (до  $6^\circ$ ).

Применение второго метода связано с теоремой, приведенной, например, в работе Воровича [1] о наличии такой параметризации уравнений для оболочек нулевой гауссовой кривизны, при которой один из коэффициентов Ламе срединной поверхности равен единице, а соответствующая главная кривизна – нулю. Использование такой системы координат сильно упрощает рассматриваемые зависимости, особенно если система ортогональна, т. е. ее координатные линии совпадают с линиями главных кривизн срединной поверхности оболочки. Это позволяет использовать аналитические методы решения задачи и проанализировать взаимодействие параметров. Задание граничных условий требует в этом случае пристального внимания для сохранения соответствия с их естественным видом. Для конусов произвольного поперечного сечения такой подход продемонстрирован в работе Агеносова и Саченкова [5]. При этом первая квадратичная форма поверхности задавалась априорно в ортогональном виде, что для произвольного поперечного сечения в общем случае требует отдельной проверки. Для оболочек, отличных от конических и цилиндрических, решения в такой системе координат в литературе отсутствуют. Вместе с тем, использование таких конструкций в расчетной практике расширяется – разработаны алгоритмы трехмерной аппроксимации произвольных поверхностей сплайнами с разворачивающейся срединной поверхностью [6]. Рассмотрим один из вариантов такой параметризации, удобный для расчета оболочек нулевой кривизны с конусностью и различной овальностью торцов.

### Применение обоснованной методики расчета

Рассмотрим деформирование тонкой упругой оболочки нулевой гауссовой кривизны постоянной толщины  $h$ , изготовленной из упругого изотропного материала (рис. 1).

Введем на поверхности оболочки  $S$  криволинейный ортогональный базис с осями  $x, y, z$ . При этом координатные линии  $x, y$  совпадают с линиями главной кривизны поверхности, ось  $z$  нормальна к ней. Свяжем координатное направление оси  $x$  с линией главной нулевой кривизны. Ограничимся случаем малых по сравнению с единицей деформаций, конечных перемещений, конечных, но умеренных углов поворота нормали. Примем также кинематическую гипотезу Кирхгофа о плоских сечениях. Тогда деформации  $\varepsilon_{ij}$  и изменения кривизны  $k_{ij}$  срединной поверхности будут выражаться через перемещения по направлению введенных осей  $u, v, w$  следующим образом [1]:

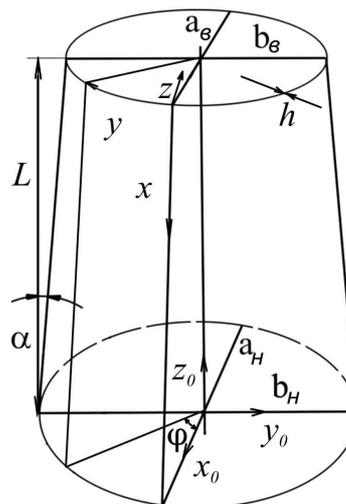


Рис. 1. Расчетная схема оболочки нулевой гауссовой кривизны с овальными торцами и конусностью

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{11} &= u_{,x} + \frac{1}{2} \left( w_{,x}^2 + \frac{1}{4A_2^2} \left( (A_2 v)_{,x} - u_{,y} \right)^2 \right), \\
\varepsilon_{22} &= \frac{v_{,y}}{A_2} + \frac{A_{2,x}}{A_2} u + \frac{w}{R} + \frac{1}{2} \left( \left( -\frac{w_{,y}}{A_2} + \frac{v}{R} \right)^2 + \frac{1}{4A_2^2} \left( (A_2 v)_{,x} - u_{,y} \right)^2 \right), \\
\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} &= \frac{1}{2} \left[ v_{,x} + \frac{u_{,y}}{A_2} - \frac{A_{2,x}}{A_2} v - w_{,x} \left( -\frac{w_{,y}}{A_2} + \frac{v}{R} \right) \right], \\
k_{11} = -w_{,xx}, \quad k_{22} &= \frac{1}{A_2} \left( -\frac{w_{,y}}{A_2} + \frac{v}{R} \right)_{,y} - \frac{A_{2,x}}{A_2} w_{,x}, \\
k_{12} = k_{21} &= \frac{1}{2} \left[ \left( -\frac{w_{,y}}{A_2} + \frac{v}{R} \right)_{,x} - \frac{w_{,xy}}{A_2} - \frac{A_{2,x}}{A_2} \left( -\frac{w_{,y}}{A_2} + \frac{v}{R} \right) + \frac{(A_2 v)_{,x} - u_{,y}}{2A_2 R} \right]
\end{aligned} \tag{1}$$

где  $R$  - радиус кривизны недеформированной срединной поверхности в направлении координатной линии переменной  $y$  и перемещения  $v$ ;  $R = R(x, y)$ ;  $A_1, A_2$  - параметры Ламе срединной поверхности, соответствующие координатам  $x, y$ ; для оболочек с развевывающейся поверхностью  $A_1 \equiv 1$ ;  $\frac{d}{dx} = ( )_{,x}$ ;  $\frac{d}{dy} = ( )_{,y}$ .

Для упругого изотропного тела связи приведенных по толщине оболочки усилий  $T_{ij}$ , моментов  $M_{ij}$  и деформаций имеют вид

$$\begin{aligned}
T_{11} &= \frac{Eh}{1-\mu^2} (\varepsilon_{11} + \mu \varepsilon_{22}), \quad T_{22} = \frac{Eh}{1-\mu^2} (\varepsilon_{22} + \mu \varepsilon_{11}), \quad T_{12} = \frac{Eh}{1+\mu} \varepsilon_{12}, \\
M_{11} &= \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} (k_{11} + \mu k_{22}), \quad M_{22} = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} (k_{22} + \mu k_{11}), \\
M_{12} &= \frac{Eh^3}{12(1+\mu)} k_{12},
\end{aligned} \tag{2}$$

где  $E$  - модуль упругости материала;  $\mu$  - коэффициент поперечной деформации.

При рассмотрении задачи в смешанной постановке вводится функция напряжений  $F$  так, что

$$T_{11} = \frac{1}{A_2} \left[ \left( \frac{F_{,y}}{A_2} \right)_{,y} + A_{2,x} F_{,x} \right], \quad T_{22} = F_{,xx}, \quad T_{12} = \frac{1}{A_2} \left[ \left( \frac{F_{,x}}{A_2} \right)_{,y} + \frac{A_{2,x}}{A_2} F_{,x} \right]. \tag{3}$$

Если пренебречь влиянием тангенциальных перемещений  $u, v$  на углы поворота нормали в точке, что соответствует теории пологих оболочек [1], то уравнения (1) упростятся следующим образом

$$\varepsilon_{11} = u_{,x} + \frac{1}{2} w_{,x}^2, \quad \varepsilon_{22} = \frac{v_{,y}}{A_2} + \frac{A_{2,x}}{A_2} u + \frac{w}{R} + \frac{1}{2} \left( \frac{w_{,y}}{A_2} \right)^2,$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \frac{1}{2A_2} \left[ A_2 v_{,x} + u_{,y} - A_{2,x} v + w_{,x} w_{,y} \right], \quad (4)$$

$$k_{11} = -w_{,xx}, \quad k_{22} = \frac{1}{A_2} \left( -\frac{w_{,y}}{A_2} \right)_{,y} - \frac{A_{2,x}}{A_2} w_{,x},$$

$$k_{12} = k_{21} = \frac{1}{2} \left[ \left( -\frac{w_{,y}}{A_2} \right)_{,x} - \frac{w_{,xy}}{A_2} + \frac{A_{2,x}}{A_2^2} w_{,y} \right].$$

Кроме того, из уравнений Гаусса – Кодацци получим  $A_{2,xx} = 0$ .

Для декартовой прямоугольной системы координат, связанной с осью оболочки и главными осями эллипсов оснований, описываемых уравнениями

$$\begin{aligned} x_0 &= a_e \cos t_e, & y_0 &= b_e \sin t_e, & z_0 &= L, \\ x_0 &= a_n \cos t_n, & y_0 &= b_n \sin t_n, & z_0 &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

введем следующую параметризацию уравнений срединной поверхности

$$\begin{aligned} x_0 &= R \cos \varphi, & y_0 &= R \sin \varphi, \\ z_0 &= \frac{LR_n}{R_n - R_e} - x \frac{L}{\sqrt{L^2 + (R_n - R_e)^2}}, \\ x &= \frac{R_e \sqrt{L^2 + (R_n - R_e)^2}}{R_n - R_e} + s, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $x$  - расстояние от точки поверхности оболочки до точки пересечения образующей с осью,  $s$  - расстояние от точки поверхности оболочки до точки пересечения образующей с верхним торцом,  $R = x \frac{R_n - R_e}{\sqrt{L^2 + (R_n - R_e)^2}}$  - расстояние

от точки поверхности до оси оболочки,  $R_e = \sqrt{a_e^2 \cos^2 t_e + b_e^2 \sin^2 t_e}$ ,  $R_n = \sqrt{a_n^2 \cos^2 t_n + b_n^2 \sin^2 t_n}$  - расстояния от соответственно верхнего и нижнего концов образующей, проходящей через точку поверхности, до оси оболочки,  $t_n = \arctg \left( \frac{a_n}{b_n} \operatorname{tg} \varphi \right)$ ,  $t_e = \arctg \left( \frac{a_e}{b_e} \operatorname{tg} \varphi \right)$  - значения

параметров эллипсов соответственно верхнего и нижнего оснований оболочки.

Коэффициенты Ламе в этом случае выражаются следующим образом:

$A_1 = 1$ ,  $A_2 = x \sin \alpha$ . Такая система координат является условно ортогональной в пределах допусков принятых в теории пологих оболочек. При этом координатные линии являются криволинейными и не совпадают с границей оболочки.

Таким образом, плоская граница слабо отличается от расположения координатных линий  $x = \text{const}$  и имеет периодическое возмущение при указанной параметризации. В связи с этим расчет рассматриваемой конструкции должен производиться по схеме расчета оболочки с неплоским периодически возмущенным краем, аналогичной рассмотренной в [7]. Эта задача относится к классу задач для неканонических областей. Подтверждением совпадения

характера деформирования продольно сжатой овально-конической оболочки с плоским торцом с периодически возмущенной цилиндрической оболочкой является близость картины распределения интерференционных полос на голографических интерферограммах для соответствующих образцов, приведенные в [2, 7].

### **Выводы**

Проведенный анализ способов параметризации поверхности показывает, что использование ортогональной системы координат при расчете овально-конической оболочки с плоским торцом приводит к неоднородной задаче для периодически возмущенной границы. Это требует применения методов расчета, разработанных для неканонических областей.

**Список литературы:** 1. Ворович, И. И. Математические проблемы нелинейной теории пологих оболочек [Текст]: монография / И. И. Ворович – М.: Наука, 1989. – 166 с. 2. Мильцын, А.М. Экспериментальные исследования деформирования и устойчивости оболочек нулевой гауссовой кривизны [Текст] / А. М. Мильцын, В. И. Олевский, Ю. Б.Олевская, В. В. Плетин // Східно - Європейський журнал передових технологій. – Харьков, 2010. – №2/5(44) – С. 42-49. 3. Almroth, В. О. Collapse analysis of elliptic cones [Текст] / В. О. Almroth, F. A. Brogan,; M. В. Marlowe // AIAA Journal . – 1971. – V 9. – № 1. – P. 32-37. 4. Melbin, J. Elastic deformation in orthotropic oval vessels: a mathematical model [Текст] / J. Melbin, A. Noordergraaf // Bulletin of mathematical biophysics. – 1971. – V. 33.– P. 497–519. 5. Агеносов, Л. Г. Свободные колебания и устойчивость конических оболочек произвольного поперечного сечения [Текст] / Л. Г. Агеносов, А. В. Саченков // Исследования по теории пластин и оболочек. – Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1966. –№ 4. – С. 342-355. 6. Chen, Н.-У. On Surface Approximation Using Developable Surfaces [Текст] / Н.-У. Chen, I.-К. Lee, S. Leopoldseeder, Н. Pottmann, T. Randrup and J. Wallner // Graphical Models and Image Processing. – 1999. – V 61. – № 2. – P. 110-124. 7. Моссаковский, В. И. Нелинейное деформирование и устойчивость технологически несовершенных цилиндрических оболочек при неоднородном напряженном состоянии [Текст] / В. И. Моссаковский, А. М. Мильцын, В. И. Олевский // Проблемы прочности. - 1990. - № 12-. С.28-32.

*Поступила в редколлегию 23.01.2011*

### **УДК 612.9-621.98**

**А.А. ДУДНИКОВ**, канд. техн. наук, профессор, Полтавская государственная аграрная академия

**А.И. БЕЛОВОД**, канд. техн. наук, доцент, Полтавская государственная аграрная академия

**А.В. КАНИВЕЦ**, ассист., Полтавская государственная аграрная академия

**В.В. ДУДНИК**, ассист., Полтавская государственная аграрная академия

### **ВЛИЯНИЕ ВИДА ОБРАБОТКИ ДЕТАЛЕЙ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МАТЕРИАЛА**

Рассмотрены вопросы обработки деталей на напряженное состояние. Намечены основные направления развития энергосберегающих технологий в сельскохозяйственном производстве на современном этапе.

Ключевые слова: надёжность, вид обработки, напряженное состояние, ремонт, технология восстановления