

*Р.Г.ПУЗЫРЬ*, канд. техн. наук, доц., КрНУ, Кременчуг  
*О.В.ТРОЦКО*, ст. преп., КрНУ, Кременчуг

## **АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ НАЛОЖЕНИИ КОЛЬЦЕВОЙ НАГРУЗКИ**

Точное описание напряженно-деформированного состояния металла в процессах пластической деформации дает возможность целенаправленно влиять на параметры, влияющие на качество и требуемые эксплуатационные характеристики изделий, идти по пути энергосбережения и экономии материалов. Хорошо разработанный математический аппарат теории упругого деформирования тонких оболочек необходимо использовать как основу при анализе процессов профилирования обечаек.

Точний опис напружено-деформованого стану металу в процесіх пластичної деформації дає можливість цілеспрямовано впливати на параметри, що впливають на якість і необхідні експлуатаційні характеристики виробів, йти по шляху енергозбереження і економії матеріалів. Добре розроблений математичний апарат теорії пружної деформації тонких оболонок необхідно використовувати як основу при аналізі процесів профілювання обичайок.

Exact description of the tensely-deformed state of metal in the processes of flowage enables purposefully to influence on parameters, influencing on quality and required operating descriptions of wares, go on the way of energy-savings and economy of materials. The well developed mathematical vehicle of theory of resilient deformation of thin shells must be utilized as basis at the analysis of processes of profiling of purflings.

Радиальное профилирование применяют при производстве ободьев колес транспортных средств различного назначения, при изготовлении полых изделий с профилем, а также для получения элементов жесткости и элементов крепления на цилиндрических поверхностях.

Профилируемая заготовка подвергается наибольшей деформации на первом переходе [1], когда она зажимается между двумя принудительно вращающимися в противоположные стороны с одинаковой окружной скоростью роликами, и один из них получает вертикальное перемещение от горизонтального вала профилировочной машины.

Экспериментальные и теоретические данные по распределению напряжений и деформаций показывают сложный характер их изменения по меридиональному сечению полуфабриката на каждом переходе профилирования [2]. При этом исследователи опираются на теоретические положения листовой штамповки [1], что в неполной мере учитывает особенности деформирования цилиндрических оболочек.

При деформировании оболочек имеет место не только изменение размеров элементов по срединной поверхности, а также изменение их кривизны, поэтому необходимо учитывать влияние изгибающих моментов на поле напряжений. На изменение кривизны элементов затрачивается работа, что приводит к изменению энергетического баланса процесса деформирования. Такой процесс деформирования должен рассматриваться как процесс деформирования

тонкостенной оболочки под одновременным действием продольных сил, моментов и перерезывающих сил.

В общем виде уравнения равновесия элементов пространственной оболочки при одновременном действии сил и моментов весьма сложны и содержат неизвестных больше, чем имеется уравнений, поэтому их решение без использования уравнений связи и совместности деформаций невозможно. Рассмотрим задачу взаимодействия цилиндрической оболочки с равномерно распределенной кольцевой нагрузкой (рис. 1).

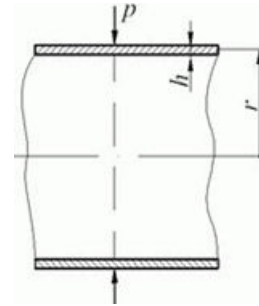


Рис. 1. Цилиндрическая оболочка под действием кольцевой нагрузки

Осесимметричная изгибная деформация оболочки возникает в местах приложения внешних кольцевых нагрузок. Теория осесимметричной деформации цилиндрических оболочек основана на гипотезах Кирхгофа — Лява [3]:

1. Гипотеза неизменности нормалей. Принимают, что нормали к срединной поверхности оболочки не искривляются и остаются перпендикулярными к деформированной срединной поверхности. Эта гипотеза устанавливает связь между деформированным состоянием в произвольной точке стенки оболочки и изменением геометрии ее срединной поверхности и позволяет таким образом свести исследование деформации оболочки к исследованию деформации ее срединной поверхности.

2. Гипотеза о ненадавливании одного слоя оболочки на другой. Согласно этой гипотезе, нормальные напряжения в площадках, параллельных срединной поверхности, считают равными нулю, т.е. напряженное состояние рассматривают как плоское вместо объемного.

Указанные гипотезы выполняются достаточно удовлетворительно при условии, что толщина оболочки мала по сравнению с радиусом цилиндра и что перемещения точек срединной поверхности малы по сравнению с толщиной. Если наибольшую допустимую погрешность расчета принять равной 5%, то к тонкостенным следует отнести оболочки, толщина которых не превышает радиуса.

Кроме перечисленных гипотез и допущений примем, что материал оболочки однородный, изотропный и подчиняющийся закону Гука.

Рассмотрим равновесие элементарного объема, выделенного из оболочки двумя продольными и двумя поперечными сечениями (рис. 2).

При интегрировании по толщине оболочки напряжения  $\sigma_x$ ,  $\sigma_t$  приводятся к нормальным усилиям  $T_x$  и  $T_t$  и изгибающим моментам  $M_x$  и  $M_t$ .

Из шести уравнений равновесия в данном случае можно составить только три: уравнение проекций сил на направления  $x$  и  $z$  и уравнение моментов относительно оси  $y$ , касательной к окружности. Остальные уравнения равновесия удовлетворяются тождественно. Приведя систему уравнений деформаций и равновесия к одному уравнению с одним неизвестным получим:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4\beta^4 w = -\frac{\mu T_x}{Dr} + \frac{p_l}{D}, \quad (1)$$

где  $\beta = \sqrt{\frac{3|1-\mu^2|}{r^2 h^2}}$ ;

$D$  – изгибная жесткость оболочки,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)};$$

$E$  – модуль Юнга;

$\mu$  – коэффициент Пуассона.

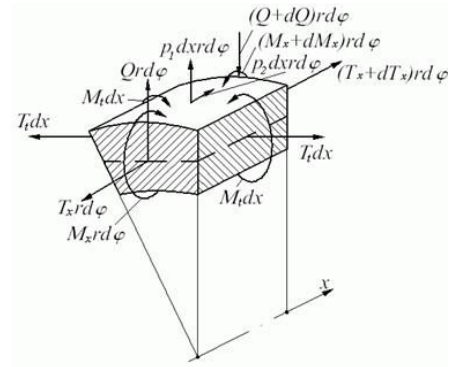


Рис. 2. Равновесие элемента оболочки

$$T_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz = \frac{Eh}{1-\mu^2} \left( \frac{du}{dx} + \mu \frac{w}{r} \right), \quad (2)$$

$$T_t = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_t dz = \frac{Eh}{1-\mu^2} \left( \frac{w}{r} + \mu \frac{du}{dx} \right), \quad (3)$$

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz = D \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad (4)$$

$$M_t = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_t z dz = \mu D \frac{d^2 w}{dx^2} = \mu M_x. \quad (5)$$

Общее решение уравнения (1) представим в виде суммы общего решения однородного уравнения

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4\beta^4 w = 0 \quad (6)$$

и частного решения уравнения с правой частью (1). Решение однородного уравнения (6) ищем в виде

$$w = Ce^{kx}. \quad (7)$$

Подставив эту функцию в левую часть уравнения (6), получим характеристическое уравнение

$$k^4 + 4\beta^4 = 0, \quad (8)$$

из которого найдем

$$k = \sqrt[4]{-4\beta^4}. \quad (9)$$

По правилам извлечения корней из отрицательных и мнимых чисел модуль числа  $k$  равен корню четвертой степени модуля подкоренного числа, т.е.  $\sqrt[4]{4\beta^4}$ , а аргумент числа  $k$  – аргументу подкоренного числа, деленному на показатель

корня; т. е.  $\frac{\pi + 2\pi n}{4}$ , следовательно,  $k$  представляет собой комплексное число

$$k = \sqrt[4]{4\beta^4} \left( \cos \frac{\pi + 2\pi n}{4} + i \sin \frac{\pi + 2\pi n}{4} \right).$$

Придавая  $n$  значения 0, 1, 2, 3, получим четыре корня характеристического уравнения:

$$\begin{aligned} k_1 &= \beta + \beta i; & k_2 &= -\beta + \beta i; \\ k_3 &= -\beta - \beta i; & k_4 &= \beta - \beta i. \end{aligned}$$

Следовательно, общее решение однородного уравнения (6) имеет вид

$$w = C_1 e^{(\beta + \beta i)x} + C_2 e^{(-\beta + \beta i)x} + C_3 e^{(-\beta - \beta i)x} + C_4 e^{(\beta - \beta i)x},$$

или

$$w = e^{-\beta x} (C_2 e^{i\beta x} + C_3 e^{-i\beta x}) + e^{\beta x} (C_1 e^{i\beta x} + C_4 e^{-i\beta x}), \quad (10)$$

где  $C_1, C_2, C_3, C_4$  — постоянные интегрирования (комплексные).

Применительно к расчету оболочек выражение (10) целесообразно преобразовать следующим образом. Используя формулы Эйлера

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi, \quad e^{-i\varphi} = \cos \varphi - i \sin \varphi$$

заменяем показательные функции на тригонометрические, тогда выражение (10) примет вид

$$w = e^{-\beta x} (A_1 \sin \beta x + A_2 \cos \beta x) + e^{\beta x} (A_3 \sin \beta x + A_4 \cos \beta x) + \bar{w},$$

где  $A_1, A_2, A_3, A_4$  — новые постоянные (действительные).

Первое слагаемое, содержащее множитель  $e^{-\beta x}$ , с увеличением  $x$  быстро затухает. Второе слагаемое, содержащее множитель  $x$ , наоборот, быстро возрастет. Учитывая, что радиальные перемещения  $w$  при больших значениях  $x$  должны оставаться конечными и малыми, можно заключить, что постоянные  $A_3, A_4$  должны быть очень малы. В области, расположенной вблизи от начала координат, вторым слагаемым можно пренебречь, т. е. положить  $A_3 = A_4$ ; тогда

$$w = e^{-\beta x} (A_1 \sin \beta x + A_2 \cos \beta x) + \bar{w}, \quad (11)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  — постоянные, определяемые по граничным условиям при  $x = 0$ .

В таком виде функция  $w$  пригодна для области, расположенной около края при  $x = 0$ . Для области находящейся около второго края второе слагаемое не может быть отброшено, так как множитель  $e^{\beta x}$  принимает очень большие значения.

Однако для второго края можно выбрать новое начало координат, расположив его на втором торце оболочки и направив ось  $Ox$  в противоположную сторону. Тогда можно снова воспользоваться выражением (11) и, определив новые постоянные, получить функцию  $w$  для области, расположенной около второго края оболочки.

Из этих условий, на основании уравнения (4), определяется изгибающий момент  $M_x$  в начальном сечении

$$M_0 = -\frac{Q_0}{2\beta} = \frac{P}{4\beta}.$$

Выражения для  $w, M_t, T_t$  согласно формулам (2) – (5):

$$w = -\frac{pr^2 \beta}{2Eh} e^{-\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x);$$

$$M_x = -\frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x);$$

$$M_t = \mu M_x;$$

$$T_t = -\frac{Pr \beta}{2} e^{-\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x); T_x = 0.$$

Эпюры  $w, M_x, T_t$ , построенные при  $r = 100h, \mu = 0,3$ , приведены на рис. 3.

Анализ эпюр внутренних усилий показывает, что при воздействии на оболочку кольцевой нагрузкой тангенциальные напряжения быстро затухают, не распространяясь далеко от места приложения усилия, меридиональные - отсутствуют вовсе. Данное решение дает наглядную картину напряженного состояния в зоне упругой деформации. Можно предположить, что положение не изменится и при переходе материала за предел упругости, т.е. меридиональные напряжения будут отсутствовать при пластической деформации, это подтверждается исследованиями Е.А. Попова [1] для обжима цилиндрических заготовок.

Для уточнения напряженно-деформированного состояния при профилировании цилиндрических заготовок необходимо использовать теорию оболочек, что даст возможность более рационально влиять на очаг деформации с целью получения качественных и изделий.

**Список литературы:** 1. Потехушин Н. Экспериментальное исследование процесса формообразования профилированных ободьев [Текст] / Н. Потехушин // Автомобильная промышленность. – 1977. – № 1. – С. 33–36. 2. Попов Евгений Александрович, Основы теории листовой штамповки [Текст] / Е. А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977.- 278 с. 3. Тимошенко С.П. Пластинки и оболочки [Текст] / С.П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. - М.: Наука, 1966. – 635 с.

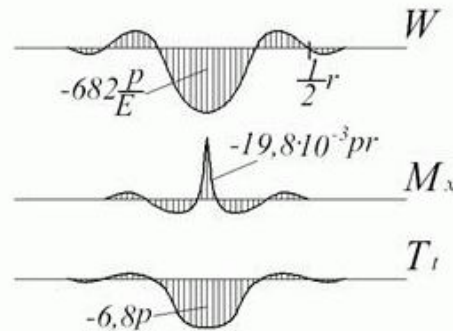


Рис.3. Эпюры внутренних усилий

Поступила в редколлегию 06.12.2011

УДК 621.791.92

**М.Г. ЕФИМЕНКО**, докт.техн.наук, УИПА, Харьков

**О.М. ЛЯПУНОВ**, канд. техн. наук, УИПА, Харьков

## НАПЛАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ УПРОЧНЕНИЯ РАБОЧИХ КРОМОК ШТАМПОВОГО ИНСТРУМЕНТА

Розроблено склад наплавочного матеріалу. Легування виконували шляхом введення легуючих елементів і 30 % відходів від заточки ріжучого інструменту у покриття електродів. Досліджені структура, фазовий склад, вплив ванадію та термічної обробки на твердість. Проведена