

*А. Г. ЖУРИЛО*, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»;

*Е. М. СИВАК*, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»;

*И. Ю. АДАШЕВСКАЯ*, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»

## **ПОСТРОЕНИЕ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ ОТРАЖЕНИИ КАРТИННОЙ ПЛОСКОСТИ**

Приведены основные положения построения перспективных изображений при отражении картинной плоскости в прямом и наклонном зеркале.

**Ключевые слова:** перспективные изображения, аксонометрия, точка схода, предметная плоскость, зеркало, проецирование.

**Введение.** Перспективные изображения являются наиболее простым способом передачи объемного изображения на плоском листе бумаги. История развития таких изображений уходит своими корнями в прошлое: ещё в Древнем Египте от художника требовали передачу истинных форм изображаемых предметов и фигур, существующих независимо от смотрящего человека, поэтому изображение было плоскостным.

Во времена античности представлялось важным изображение отдельных, сравнительно небольших предметов ближайшего окружения человека. Оказалось, что для этого наилучшим образом подходит аксонометрия. При этом способе построения объемного изображения линии, уходящие вдаль, остаются параллельными, без искажений, а значит, не представляется возможным изобразить их точку схода.

В средние века используются достижения античности и возникает иной тип пространства, поскольку все внимание сосредотачивается на духовной и эмоциональной жизни людей. В период итальянского проторенессанса Джотто ди Бондоне, работая над фресками Капеллы дель Арена (1305—1306 гг.), впервые вынес точку зрения наблюдателя за пределы изобразительного пространства, чем подготовил открытие «ренессансной», или центральной, перспективы. У художников Ренессанса перспектива становится тем методом, который позволяет познать мир. Принято считать, что геометрическую систему центральной проекции изображения на картинную плоскость впервые разработал архитектор эпохи Итальянского Возрождения, флорентиец Филиппо Брунеллески (1377—1446 гг.). Еще ранее были созданы трактаты по «оптике» Бьяджо да Парма (около 1390 г.) и Паоло Тосканелли (1397—1482 гг.). Трактат «О перспективе» (около 1425 г.), считавшийся работой Л. Б. Альберти, теперь приписывают Тосканелли.

Большой вклад в учение о перспективе внесли выдающиеся художники эпохи Возрождения: П. делла Франческа, Леонардо да Винчи, Рафаэль, А. Дюрер и др. В 1461 г. трактат о перспективе создал архитектор Аверлино Филарете. Около 1480 г. сочинение «Живописная перспектива» («*De prospettiva Pingendi*») написал Пьеро делла Франческа. Похожий способ описывает в «Книге о живописи» выдающийся художник А. Дюрер.

Не исчез интерес к перспективе и в Новое время. Э. Панофский опубликовал в 1924 г. книгу «Перспектива как символическая форма» (1927 г.), в которой утверждал, что линейная центральная перспектива не способствовала достижению иллюзорности изображения, поскольку уже в то время не соответствовала «научно-естественной картине мира». Она была символическим представлением пространства.

В России с перспективными изображениями работали А. Сапожников, А. Венецианов, Н. Ге и др. Интересны работы исследователей начала XX века: П. Флоренского, Ф.И. Рерберга, А.И. Добрякова и Н.А. Рынина.

**Цель работы.** Целью работы является исследование перспективных изображений при отражении картинной плоскости в прямом и наклонном зеркале.

**Построение перспективных изображений.** Интерес к перспективным изображениям является актуальным и сегодня. Примером могут служить работы [3 - 5]. Развитие перспективных изображений связано с их широким применением – от изобразительного искусства и фотографии до проектирования зданий и сооружений. Действительно, сравнение объемности и наглядности объектов в аксонометрических проекциях и в перспективных изображениях оказывается не в пользу аксонометрии, что изображено на рис. 1 [6].

Таким образом, построение перспективных изображений объектов с помощью карандаша и линейки на листе бумаги, тем не менее, остается актуальным. Несмотря на наличие программ трёхмерного моделирования объектов, позволяющих получить перспективную проекцию ортогональной модели, построение перспективных изображений остается больше творчеством, чем механической работой. А творчество является важной составляющей знаний и умений дизайнера, инженера, художника, позволяющим общаться на интернациональном языке – чертеже.

Как известно, главным требованием к изображениям объектов является достоверность зрительной информации.

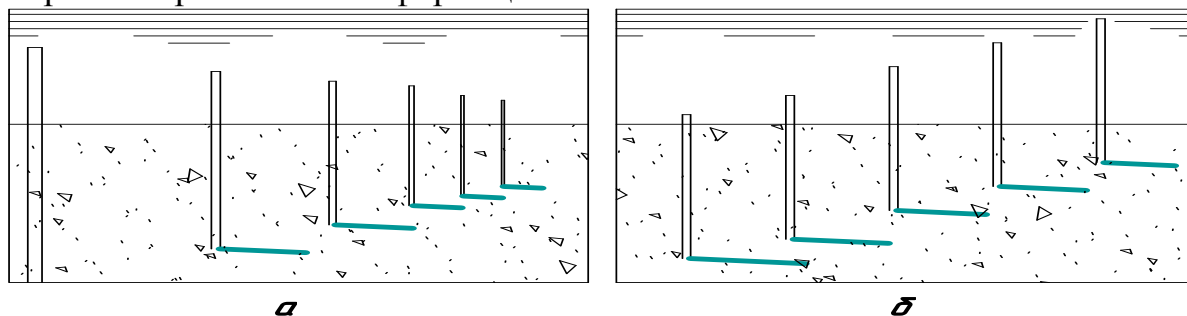


Рис. 1 – Столбы, расположенные: а – в перспективе; б – в аксонометрии

Осмотр изображённых объектов должен вызывать зрительное восприятие, максимально приближенное к зрительному восприятию при наблюдении реальных объектов. В основе нашего зрения лежит реализация метода центральной сферической проекции. Получение изображений на сферическом экране, как и обзор этого изображения, (а он должен производиться из центра сферы), вызывает определенные трудности. Поэтому, за редким исключением (здания цирков, планетариев, роспись внутренних поверхностей куполов церквей), на практике используется метод именно центральной линейной проекции на плоские экраны.

При ограниченном, относительно небольшом угловом поле обзора, замена участка сферического экрана плоским не приводит к значительным искажениям изображения, и обеспечивается вполне приемлемое зрительное восприятие, хорошо знакомое по фотографированию или по изображению на телевизоре или экране монитора.

Рассмотрим некоторые свойства перспективных изображений.

Построение перспективы имеет некоторые признаки, определенные особенностями зрения человека. Например, при построении перспективы предполагается, что изображаемый предмет, картина и наблюдатель сохраняют неизменное взаимное расположение. Смотрия прямо перед собой и не вращая головой, можно охватить своим взглядом лишь небольшую часть окружающего нас пространства. Таким образом, все предметы, которые изображены на картине, должны принадлежать некоторому конусу с вершиной в точке зрения, которая находится на сетчатке глаза человека [6]. Наибольший угол  $\alpha$  этого конуса не должен быть больше угла ясного зрения человека, т.е. того угла, при котором глаз человека может хорошо и четко видеть предметы. Практически принимают этот угол  $\alpha$  не превышающим  $30^\circ$ . Из этого следует, что расстояние от точки схода (точки зрения) к картине должна быть приблизительно в два раза больше диаметра окружности основания конуса. При этих условиях окружность основы конуса будет представлять собой т.н. «поле ясного зрения». Пренебрегая этими понятиями, мы получим на картине изображение, которое будет мало соответствовать нашим обычным представлениям о предмете.

Для построения перспективы зададим некоторую картинную плоскость  $K$ , или картину (рис. 2), на которой строим заданные изображения. Некоторая горизонтальная плоскость  $P$  называется предметной плоскостью. На ней обычно располагают изображаемые предметы. Линия

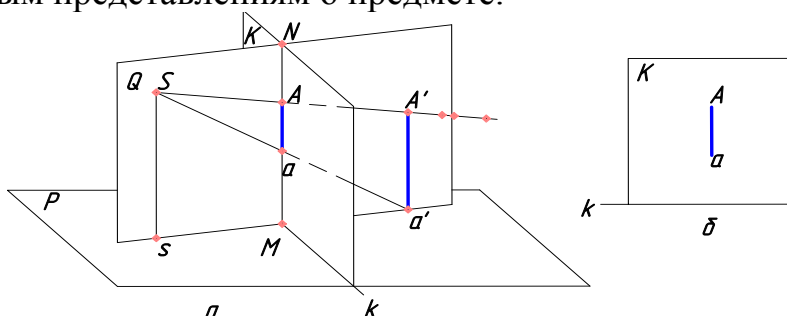


Рис. 2 – Перспектива точки и её основы: а – положение в пространстве; б – положение в картинной плоскости

пересечения картины и предметной плоскости называется основой картины и обозначается буквой  $k$ . Все проецирующие лучи проходят через точку зрения  $S$ . Основа  $s$  перпендикуляра  $Ss$ , опущенного из точки  $S$  на предметную плоскость  $P$ , является точкой стояния. Для получения перспективы произвольной точки  $A'$  пространства проводим через точку зрения  $S$  проецирующий луч  $SA'$ . Этот луч пересечет картину в некоторой точке  $A$ , которая и будет являться перспективой точки  $A'$  (рис. 3, а).

Следует отметить, что положение точки  $A'$  в пространстве не определено, если задана лишь ее перспектива  $A$ . Действительно, из точки  $A$ , можно провести проецирующий луч  $SA$ , при помощи которого точка  $A'$  была спроецирована на картину (рис. 3, а), но указать положение точки  $A'$  на этом луче  $SA$  невозможно. Для фиксирования точки  $A'$  в пространстве выполним следующие построения. Из точки  $A'$  опустим перпендикуляр  $A'a'$  на предметную плоскость. Основа этого

перпендикуляра  $a'$  является ортогональной проекцией точки  $A'$  на предметную плоскость. Точка  $a'$  называется основой точки  $A'$ .

Построим теперь перспективу точки  $a'$ . Это будет точка  $a$ . Таким образом, точка  $a$  является результатом двукратного проецирования точки  $A'$ : сначала на плоскость  $P$ , а потом на плоскость  $K$ . Поэтому, точку  $a$  можно назвать вторичной проекцией точки  $A'$ .

Перспектива  $A$  точки  $A'$  и ее вторичная проекция  $a$  всегда располагаются на одном перпендикуляре к основе картины (рис. 2, б).

Точка зрения  $S$  и точка стояния  $s$ , а также точка  $A'$  и её основа  $a'$  (рис. 2, а) определяют два перпендикуляра к предметной плоскости. Проведем через них плоскость  $Q$ , которая также перпендикулярна предметной плоскости, так как содержит перпендикуляр к другой плоскости. В этой плоскости  $Q$  располагаются оба луча, которые проецируют точки  $A'$  и  $a'$  на картину.

Плоскости  $K$  и  $Q$  являются перпендикулярными к плоскости  $P$ . Поэтому линия  $MN$ , по которой пересекаются плоскости  $K$  и  $Q$ , также перпендикулярна  $P$ , а потому располагается на картине перпендикулярно ее основе  $k$ . На прямой  $MN$  находятся точки  $A$  и  $a$ , что и доказывает правильность сформулированного положения.

Соответственно, положение точки  $A'$  будет целиком определено в пространстве, если задана перспектива  $A$  этой точки и ее вторичная проекция  $a$  (рис. 2, б).

Для доказательства этого, через перпендикуляры  $Ss$  и  $Aa$  к плоскости  $P$  (рис. 2, а) проведем плоскость, которая будет представлять собой рассмотренную выше плоскость  $Q$ . Лучи  $(SA$  и  $Sa)$ , благодаря которым проецировались точки  $A'$  и  $a'$  на картину, принадлежат этой плоскости  $Q$ . Прямые  $sM$  и  $Sa$  пересекаются в точке  $a'$ , которая является основой точки  $A'$ . Восстановим перпендикуляр в точке  $a'$  к плоскости  $P$ , который будет принадлежать плоскости  $Q$ . Пересечение этого перпендикуляра с прямой  $SA$  определит положение искомой точки  $A'$ .

Рассмотрим принципы построения отражения перспективного изображения в плоском зеркале. Естественно, что отражение в плоском зеркале строится по тем же правилам, что и отражение в воде, и также дает обратное изображение предмета. В большинстве случаев при относительно небольших расстояниях от зеркала до проецируемого предмета (например, тела человека) для изображения полной высоты предмета достаточно высоты зеркала, равного половине высоты проецируемого предмета.

На рис. 3 приведено фронтальное изображение комнаты с квадратным паркетным полом. В комнате находится человек. Если бы левая и задняя стены были зеркальными, то отражения явились бы продолжением перспективного построения комнаты и в зеркалах мы получили бы двойную глубину. Чтобы построить отражение фигуры, которое расположено параллельно картинной плоскости, точки  $A$  и  $B$  соединим с центральной точкой схода  $P$ , задавая масштабы высоты фигуры и глубину на любых расстояниях. Пересечение линии  $AP$  с основанием зеркала в точке  $n$  позволит определить расстояние, на котором находится фигура от зеркала. Для получения расстояния от основания зеркала до отражения фигуры надо крайнюю точку  $A$  соединить с произвольно взятой точкой схода  $F_2$  и получить на основании зеркала точку  $t$ . Величину  $tn$  надо отложить

вправо от точки  $p$  и затем точку  $t1$  соединить с той же точкой схода  $F2$ .

Пересечение прямой  $AP$  с  $F2m1$  в точке  $a2$  определяет место основания фигуры (в данном случае – человека) в отражении. Проведенная из точки  $a2$  вертикаль до пересечения с направлением  $BP$  в точке  $b2$  определяет высоту фигуры человека в отражении.

Можно эту же задачу решить иначе. Для этого надо выполнить построение отражения перспективной сетки по тому же правилу, как и перспективу самой сетки, продолжив ее за зеркальной поверхностью. Отражение фигуры будет на пересечении тех же плиток паркета, а ее высоту можно найти по стандартному способу [6].

Для построения отражения в вертикальном зеркале, перпендикулярном к картинной плоскости (рис. 4), надо

провести горизонтальную прямую от основания фигуры до пересечения с основанием зеркала в точке  $a'$ . Продолжив эту линию за зеркальную плоскость, отложим на ней расстояние  $a2a1$  равное  $a1A$ . Вертикальная прямая, проведенная в плоскости зеркала из точки  $a1$ , является осью симметрии для фигуры и ее отражения. Найдем точку  $b2$ , находящуюся от  $b1$  на расстоянии, равном  $b1B$ . Искомая величина  $a2b2$  позволяет определить положение и высоту отражения.

Рассмотрим и более сложный пример построения отражения в зеркале.

В этом случае исходным является рисунок наклонно поставленного зеркала, паркетного пола и стоящей перед зеркалом фигуры (рис. 4).

Чтобы построить отражения пола и фигуры в зеркале, из точки  $A$  проведем горизонтальную прямую до пересечения с основанием зеркала. Из точки  $A1$  по плоскости зеркала проведем линию  $A1B1$ , параллельную наклонной стороне зеркала. Эта прямая будет линией раздела между фигурой и ее отражением. Опустим из точки  $A$  перпендикуляр до плоскости зеркала (найдя точку  $A2$ ) и продлим его дальше на расстояние, равное  $AA2$ , то есть до точки  $A0$ . Полученная точка  $A0$  и будет отражением точки стояния фигуры. Так же из точки  $B$  опустим перпендикуляр на направление  $A'A2$ , найдя в точке  $B1$  его пересечение с плоскостью зеркала и продлим перпендикуляр на то же расстояние, на каком

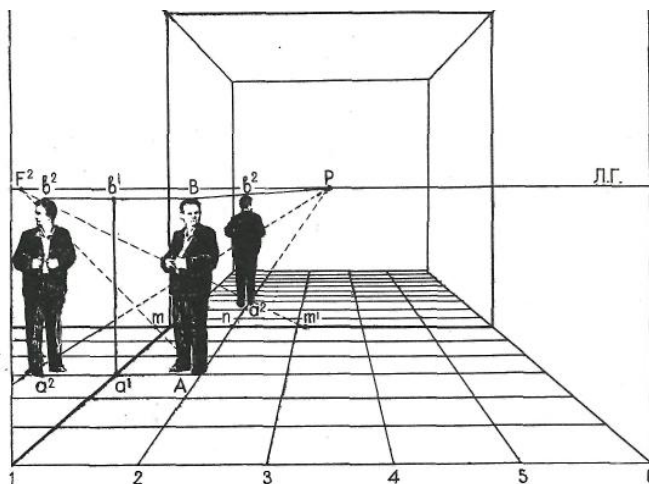


Рис. 3 – Построение перспективы отражения в вертикальных зеркалах

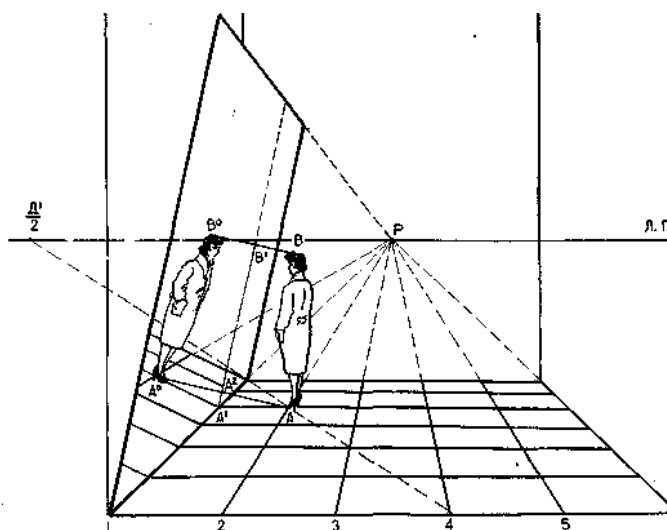


Рис. 4 – Отражение в наклонном зеркале

находится точка В от В1. Линия В0—А0 является высотой и местоположением отражения фигуры.

**Выводы.** Перспектива любой точки и ее вторичной проекции всегда располагаются на одном перпендикуляре к основе картины.

Положение любой точки будет целиком определено в пространстве, если задана перспектива этой точки и ее вторичная проекция.

При построении перспективы отражения в вертикальных зеркалах используют основные законы перспективных изображений.

**Список литературы:** 1. *Леонардо да Винчи*. Книга о живописи [Текст] / Л. да Винчи. - М.: ОГИЗ, 1934.- 141 с. 2. *Рынин Н. А.* Перспектива [Текст] / Н. А. Рынин. СПб, 1918. – 150 с. 3. *Раушенбах Б. В.* Геометрия картины и зрительное восприятие / [Текст] / Б. В. Раушенбах. М.: Мысль, 1994 г. – 320 с. 4. *Smallman, H. S.* Naive misconceptions about perspective projection // *Journal of Vision*. – 2003. – Vol. 3, No. 12. – P. 52-76. 5. *Ницын А. Ю.* Перспектива перспективы [Текст] / А. Ю. Ницын // Сборник трудов ХДУХТ № 10. Х.: ХДУХТ, 2008. С. 180-192. 6. *Журило А. Г.* Теоретичні та практичні основи аксонометрії [Текст] / А. Г. Журило. Навч. посібник. Х.: НТУ «ХПІ», 2010. - 196 с. 7. *Адашевська І. Ю.* Інженерна графіка. Нанесення розмірів на кресленнях деталей [Текст] / І. Ю. Адашевська, О. О. Краєвська, М. В. Матюшенко. Навч. посібник. Х.: «НТМТ», 2010. - 126 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. *Leonardo da Vinci* (1934). The book on painting. Moscow, USSR: OGIZ, 141. 2. *Rynin, N. A.* (1918). The Future. SPb, Russia, 150. 3. *Rauschenbach, B. V.* (1994). Geometry paintings and visual perception. Moscow, USSR: Mysl, 320. 4. *Smallman, H. S.* Naive misconceptions about perspective projection // *Journal of Vision*. - 2003. - Vol. 3, No. 12. - P. 52-76. 5. *Hitsin, A. Yu.* (2008). Perspective for prospects. Kharkov, Ukraine: Sbornik trudov KhDUKhT № 10. P. 180 - 192. 6. *Zhurilo, A. G.* (2010). The theoretical and practice fundamentals axonometry. - Kharkov, Ukraine: NTU «KhPI», 196. 7. *Adashevskaya, I. Yu. Kraevskaya, O. O. & Matyushenko, M. V.* (2010). Engineering grafica. Nanesennya rozmirow na kreslenukakh detalej. - Kharkov, Ukraine: NTMT, 126.

*Поступила (received) 12.03.2014*

УДК 514.18

**Построение перспективных изображений при отражении картинной плоскости/ А. Г. Журило, Е. М. Сивак, И. Ю. Адашевская // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. – Х: НТУ «ХПІ», – 2014. - № 17 (1060).– С.73-78 . – Бібліогр.: 7 назв. ISSN 2079-5459**

Приведены основные положения построения перспективных изображений при отражении картинной плоскости в прямом и наклонном зеркале.

**Ключевые слова:** перспективные изображения, аксонометрия, точка схода, предметная плоскость, зеркало, проецирование.

Наведено основні положення побудови перспективних зображень при відбитті картинної площини в дзеркалі.

**Ключові слова:** перспективні зображення, аксонометрія, точка сходу, предметна площина, дзеркало, проєціювання.

**Building advanced image at reflection of the picture plane/ A. G. Zhurilo, E. M. Sivak, I.Yu. Adashevskaya //Bulletin of NTU “KhPI”. Series: New desicions of modern technologies. – Kharkov: NTU “KhPI”, 2014.-№ 17 (1060).- P.73-78. Bibliogr.: 7. ISSN 2079-5459**

Are the basic provisions of the perspective images when reflecting plane of the sky straight and inclined mirror a made.

**Keywords:** perspective images, axonometric view, the vanishing point, subject plane, mirror, projection.