

диффузионного распада пересыщенных твердых растворов [Текст] /Слезов В.В. // Экспериментальная и теоретическая физика. – 1998. - № 1.– С. 56-67. **5.М.О. Юрчук.** Особливості формування структури середньозернистого твердого сплаву ВК3 при температурах існування рідкої фази [Текст] : сб. науч. тр. //Породоразрушающий и металлообрабатывающий инструмент – техника и технология его изготовления и применения: Сб. науч. тр.–2008.– Вып. 11.–С. 331 - 336. **6.М.О. Юрчук.** Особливості формування структури середньозернистого твердого сплаву ВК6, спеченого за температури існування рідкої фази. [Текст]: сб. науч. тр. //Породоразрушающий и металлообрабатывающий инструмент – техника и технология его изготовления и применения –2010.– Вып. 13.–С. 543 – 550. **7.Ехнер Н.Е.** Physical and chemical nature of cemented carbides // International metals reviews. – № 4. – Р. 149 – 173.**8.Горелик С.С.** [Текст] / Рекристаллизация металлов сплавов. М.: Металлургия, 1967–404 с.  
*Поступила в редколлегию 15.02.2012*

### УДК 539.3

**Н.В.ШИРЯЕВА**, ст. преп., НТУ «ХПИ», Харьков,  
**К.В.АВРАМОВ**, докт. техн. наук, проф., ИПМАШ им. А. Н. Подгорного,  
Харьков,  
**Д.В.БРЕСЛАВСЬКИЙ**, докт. техн. наук, проф., НТУ «ХПИ», Харьков,  
**О.С. ГАЛАС**, ст. преп., НТУ «ХПИ», Харьков

## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАСТИ ВЕТРОВОЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ

У статті наведено чисельний аналіз нелінійних коливань лопаті повітряної енергетичної установки. Показано, що центр тяжіння та центр зсуву знаходяться у різних точках, тому згинні та крутильні коливання пов'язані між собою. За розрахунками встановлено, що спектр вільних власних частот таких лопатей є досить щільним, самі частоти є дуже низькими. Вільні нелінійні коливання було досліджено за допомогою нелінійних нормальних форм Шоу-П'єра.

В статье приведен численный анализ нелинейных колебаний лопасти ветровой энергетической установки. Показано, что центр тяжести и центр сдвига находятся в разных точках, потому изгибные и крутильные колебания связаны между собой. В результате расчетов установлено, что спектр свободных частот довольно-таки тесный, а сами частоты очень низкие. Свободные нелинейные колебания исследовались с помощью метода нелинейных нормальных форм Шоу-Пьера.

Numerical analysis of rotating blade of wind power system is presented in the paper. It was established that the center of gravity and the shear center are located in different points. That's made flexural and torsional vibrations to be coupled. Calculations showed that spectrum of free eigenfrequencies of such blades is quite compact, and frequencies are very low. Free nonlinear oscillations are investigated by Shaw-Pierre method.

**Введение.** Ветровые установки используются человеком в течение длительного времени. Энергия ветра является одним из приоритетных альтернативных источников электроэнергии, поскольку не несет вреда окружающей среде и никогда себя не исчерпает. Размер современных ветрогенераторов имеет широкий диапазон: от малых 100 кВт-ных, предназначенных для обеспечения электроэнергией отдельных домов или коттеджей, до огромных установок мощностью более 1 МВт, диаметр лопастей которых превышает 50 м. Установка мощных стационарных ветрогенераторов требует предварительных исследований и проведения ряда электромонтажных,

грунтовых и строительных работ. Подавляющее большинство работающих ветроэнергетических установок (ВЭУ) представляет собой горизонтально-осевые конструкции с тремя лопастями диаметром 15-40 метров и обладают мощностью 50-600 кВт и более.

Среди основных конструктивных элементов современных ВЭУ лопасти имеют наиболее сильное влияние на производительность ветровой турбины. Поэтому исследование именно этого элемента ветровой установки является наиболее важным.

Лопастей ВЭУ проектируются так, чтобы избежать резонансных колебаний. Экспериментальные исследования свидетельствуют, что в процессе колебаний деформирование лопастей подобного типа является геометрически нелинейным [1,2]. Сложность исследования колебаний лопастей заключается в том, что они имеют несимметричные поперечные сечения. Поэтому центр тяжести и центр сдвига находятся в разных точках [3]. А.П.Филиппов [4] вывел уравнения связанных линейных изгибно-изгибно-крутильных колебаний стержней с произвольным поперечным сечением с учетом деформации сдвига и инерции поворота. Джанелидзе [5] предложил уравнения связанных изгибно-крутильных колебаний тонких стержней. Hodges and Dowell [6] получили систему уравнений в частных производных, описывающую геометрически нелинейные изгибно-изгибно-крутильно-продольные колебания вращающегося стержня, предполагая, что центр тяжести поперечного сечения и центр жесткости находятся в одной точке.

В представленной работе приведен численный анализ нелинейных колебаний лопасти ВЭУ. Используя систему уравнений в частных производных, описывающую изгибно-изгибно-крутильные колебания вращающихся закрученных стержней [7], получен спектр собственных частот и собственные формы линейных колебаний невращающегося незакрученного стержня. Этот анализ выявил связанность изгибных и крутильных колебаний. Для анализа нелинейных колебаний в работе был применен метод нелинейных нормальных форм Шоу-Пьера [8].

**1 Линейные колебания невращающейся лопасти.** Рассмотрим колебания лопасти ветровой турбины, поперечное сечение которой имеет профиль NREL

S809 [9, 10]. На рис. 1 (в метрах) представлен эскиз поперечного сечения профиля, на котором указаны центры тяжести и жесткости, а также расстояния между ними. Рассматриваемая лопасть является равномерно закрученной, тогда угол закрутки определяется так:

$\alpha(x) = \alpha_0 + \tau_0 x = 0 - 0.003x$ . В работах [7, 11] представлена система трех уравнений, описывающих изгибно-изгибно-крутильные колебания подобных стержневых элементов конструкций, которая будет использована для анализа рассматриваемой лопасти.

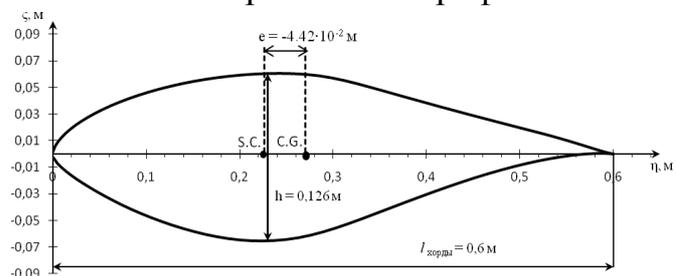


Рис. 1. Поперечное сечение лопасти ветровой турбины с профилем NREL S809

Линейные свободные колебания невращающегося стержня представим так:  
 $w = W(x)\sin(\omega t); \theta_x = \theta(x)\sin(\omega t)$ .

Тогда собственные формы колебаний имеют следующий вид:

$$W_j = -\frac{\Delta_1 s_2 + \Delta_2}{\delta s_1} \sinh\left(\frac{s_1 x}{L}\right) + \chi_1 (s_2^4 - \lambda_B) \cosh\left(\frac{s_1 x}{L}\right) + \frac{\Delta_1}{\delta} \sin\left(\frac{s_2 x}{L}\right) - \frac{\chi_2}{s_2} \cos\left(\frac{s_2 x}{L}\right) +$$

$$+ (s_1^4 - s_2^4) (s_2^4 - \lambda_B) \frac{\chi_3}{s_3} \cos\left(\frac{s_3 x}{L}\right) + \frac{\Delta_2}{\delta s_3} \sin\left(\frac{s_3 x}{L}\right); \quad (1)$$

$$\theta_j = -\frac{(s_1^4 - \lambda_B)(\Delta_1 s_2 + \Delta_2)}{\lambda_B \delta s_1} \sinh\left(\frac{s_1 x}{L}\right) + \frac{1}{\lambda_B} (s_2^4 - \lambda_B) (s_1^4 - \lambda_B) \chi_1 \cosh\left(\frac{s_1 x}{L}\right) - \frac{\chi_2 (s_2^4 - \lambda_B)}{\lambda_B s_2} \cos\left(\frac{s_2 x}{L}\right) +$$

$$+ \frac{\Delta_1}{\lambda_B \delta} (s_2^4 - \lambda_B) \sin\left(\frac{s_2 x}{L}\right) + \eta^{(1)2} (s_1^4 - s_2^4) (s_2^4 - \lambda_B) \cos\left(\frac{s_3 x}{L}\right) + \frac{\Delta_2 \eta^{(1)2}}{\chi_3 \delta} \sin\left(\frac{s_3 x}{L}\right),$$

где  $j$  – номер собственной формы колебаний; параметры  $\Delta_1, \Delta_2, \delta, \chi_1, \chi_2, \chi_3, s_1, s_2, s_3$  представлены в работе [7].

Характеристики лопасти, ее поперечного сечения и композитного материала таковы:  $L_{\text{лопасти}} = 21.3360$  м,  $l_{\text{хорды}} = 0.6$  м,  $\eta^{(1)} = -4.42 \cdot 10^{-2} i$ ,  $h = 0.126$  м,  $J_\eta = 1.6623 \cdot 10^{-5} i^4$ ,  $J_\zeta = 5.2199 \cdot 10^{-3} i^4$ ,  $A = 5.9675 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$ ,  $m = 763.9$  кг,  $E = 70 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ;  $G = 27 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ,  $\rho = 0.6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

Удовлетворяя граничным условиям, получаем частотное уравнение, которое представлено в работе [4]. Результаты расчета собственных частот колебаний представлены в таблице 1.

Таблица 1. Собственные частоты линейных колебаний невращающегося незакрученного стержня

$\omega_i$	Связанные изгибные и крутильные колебания, рад/с	Несвязанные изгибные $W$ и крутильные $\theta_x$ колебания, рад/с, $p_i = \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EJ_\eta}{mL^4}}$	Несвязанные изгибные колебания $V$ , рад/с, $p_i = \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EJ_\zeta}{mL^4}}$	Вид колебаний
1	0,302	0,301406	5,34107	V, изгиб
2	1,89	1,889016	33,47433	W, изгиб
3	5,28	5,288484	93,71467	W, изгиб
4	10,35	10,2909	182,3601	W, изгиб
5	11,04	17,13469	303,6355	W + $\theta$ , изгиб с кручением
6	17,1	25,59982	453,642	V, изгиб
7	25,52	35,75015	633,5111	V, изгиб
8	32,9	47,59595	843,4248	$\theta$ , кручение

В третьем столбце таблицы приведены частоты при  $\eta^{(1)} = 0$ , а во втором столбце представлены собственные частоты, полученные в предположении связности изгибных  $W$  и крутильных  $\theta_x$  колебаний. Напомним, что изгибные колебания  $V$  независимы от изгибных колебаний  $W$  и крутильных  $\theta_x$ .

Результаты анализа форма колебаний, представлены на рис.2.

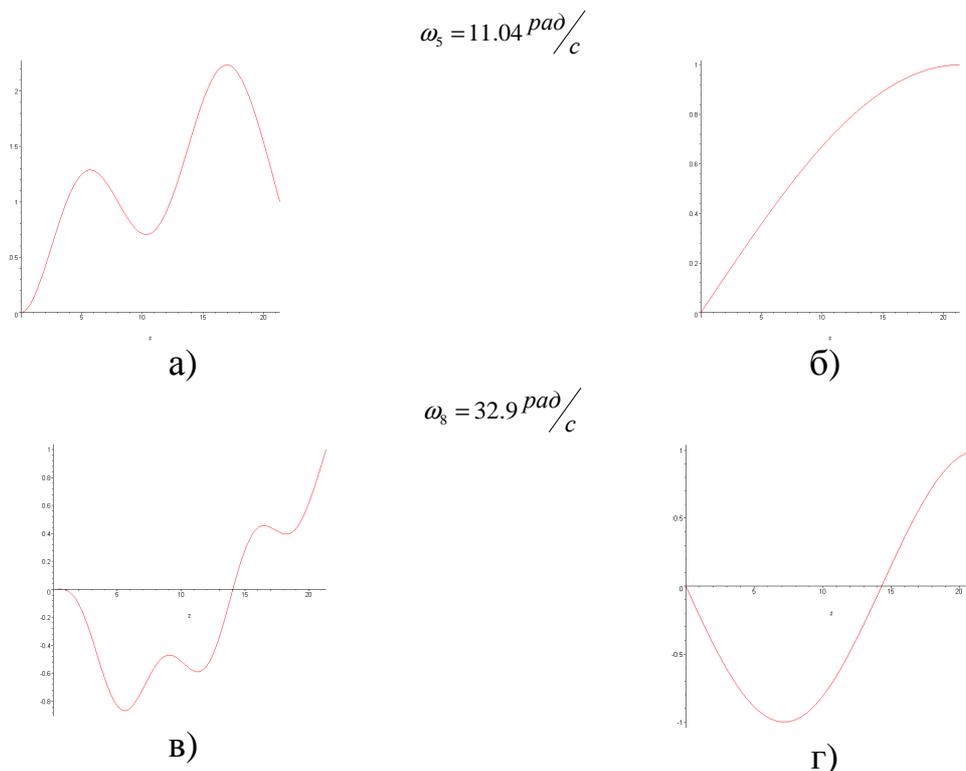


Рис. 2 . Собственные формы колебаний невращающегося незакрученного стержня (а, в - изгибные колебания,  $W$ ; б, г - крутильные колебания,  $\theta_{\bar{z}}$ )

Первые четыре частоты имеют традиционные формы изгибных колебаний, поэтому на рисунке 2 они не приведены. Формы крутильных же колебаний, соответствующие этим частотам, имеют достаточно сложный вид. Особо следует обратить внимание на форму колебаний, соответствующую частоте  $\omega = 32.9 \text{ рад/с}$ . Крутильные колебания при этом имеют собственную форму, соответствующую первой форме несвязанных изгибных и крутильных колебаний. Однако изгибная форма колебаний в этом случае является одноузловой и имеет сложный вид.

**2. Анализ перемещений закрученного стержня.** При равномерном вращении стержня он квазистатически растягивается в продольном направлении. Вследствие растяжения закрученный стержень испытывает изгибные и крутильные перемещения. Для определения перемещений, их можно представить в виде ряда по собственным формам колебаний [7]:

$$W(x,t) = \sum_{\nu=1}^7 q_{\nu}(t) W_{\nu}(x); V(x,t) = \sum_{\nu=1}^2 q_{14+\nu}(t) V_{\nu}(x); \theta_x(x,t) = \sum_{\nu=1}^7 q_{\nu+7}(t) \theta_{\nu}(x). \quad (2)$$

Для определения статических перемещений в рядах (2) достаточно оставить по одному слагаемому с неизвестными величинами  $q_1^{(0)}, q_8^{(0)}, q_{15}^{(0)}$ . Отметим, что параметры  $q_1^{(0)}, q_{15}^{(0)}, q_8^{(0)}$  не зависят от времени. Формально, эти параметры удовлетворяют системе обыкновенных дифференциальных уравнений (3)

$$(M)\ddot{q} + (K)q + \Omega F(q, \dot{q}) + \Phi(q) + F_0 = 0, \quad (3)$$

Параметры системы (3) здесь не приводятся для краткости.

Соотношения (2) вводятся в систему (3). В результате получается система трех нелинейных алгебраических уравнений относительно  $q_1^{(0)}, q_8^{(0)}, q_{15}^{(0)}$ :

$$\begin{aligned} \hat{E}_{1,1}q_1^{(0)} + \hat{E}_{1,15}q_{15}^{(0)} + \Omega^2 R_1^{(1)}q_1^{(0)} + \Omega^2 R_8^{(1)}q_8^{(0)} + A_{8,15}^{(1)}q_8^{(0)}q_{15}^{(0)} + A_{8,1}^{(1)}q_8^{(0)}q_1^{(0)} &= 0; \\ \hat{E}_{8,8}q_8^{(0)} + \Omega^2 R_1^{(8)}q_1^{(0)} + \Omega^2 R_{15}^{(8)}q_{15}^{(0)} + \Omega^2 \tilde{N}_8 + A_{11}^{(8)}q_1^{(0)2} + A_{15,15}^{(8)}q_{15}^{(0)2} + A_{15,1}^{(8)}q_{15}^{(0)}q_1^{(0)} &= 0; \\ K_{15,1}q_1^{(0)} + K_{15,15}q_{15}^{(0)} + \Omega^2 R_8^{(15)}q_8^{(0)} + \Omega^2 R_{15}^{(15)}q_{15}^{(0)} + A_{8,1}^{(15)}q_8^{(0)}q_1^{(0)} + A_{8,15}^{(15)}q_8^{(0)}q_{15}^{(0)} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Система (4) рассчитывается с параметрами, представленными выше и  $\Omega = 0.45 \text{ рад/с}$ . Результаты численного моделирования таковы:

$$(q_1^{(0)}, q_8^{(0)}, q_{15}^{(0)}) = (-0.339 \cdot 10^{-6}; -0.104 \cdot 10^{-4}; -0.296 \cdot 10^{-7})$$

Результаты анализа нелинейной системы (4) немного отличаются от значений перемещений, полученных при линейном случае. Эти данные свидетельствуют, что под действием растягивающей силы закрученный стержень раскручивается.

**3. Нелинейные колебания.** Для исследования нелинейных колебаний применяется метод нелинейных нормальных форм в форме Шоу – Пьера [8]. Расчеты проводились с параметрами, полученными в работах [7, 12], при  $\Omega = 0.45 \text{ рад/с}$ . На рис.3 показаны результаты расчета нелинейных нормальных форм  $h_3(h_2, g_2)$ ;  $g_3(h_2, g_2)$ ;  $h_4(h_7, g_7)$ ;  $g_4(h_7, g_7)$ ;  $h_4(h_1, g_1)$ ;  $g_4(h_1, g_1)$ .

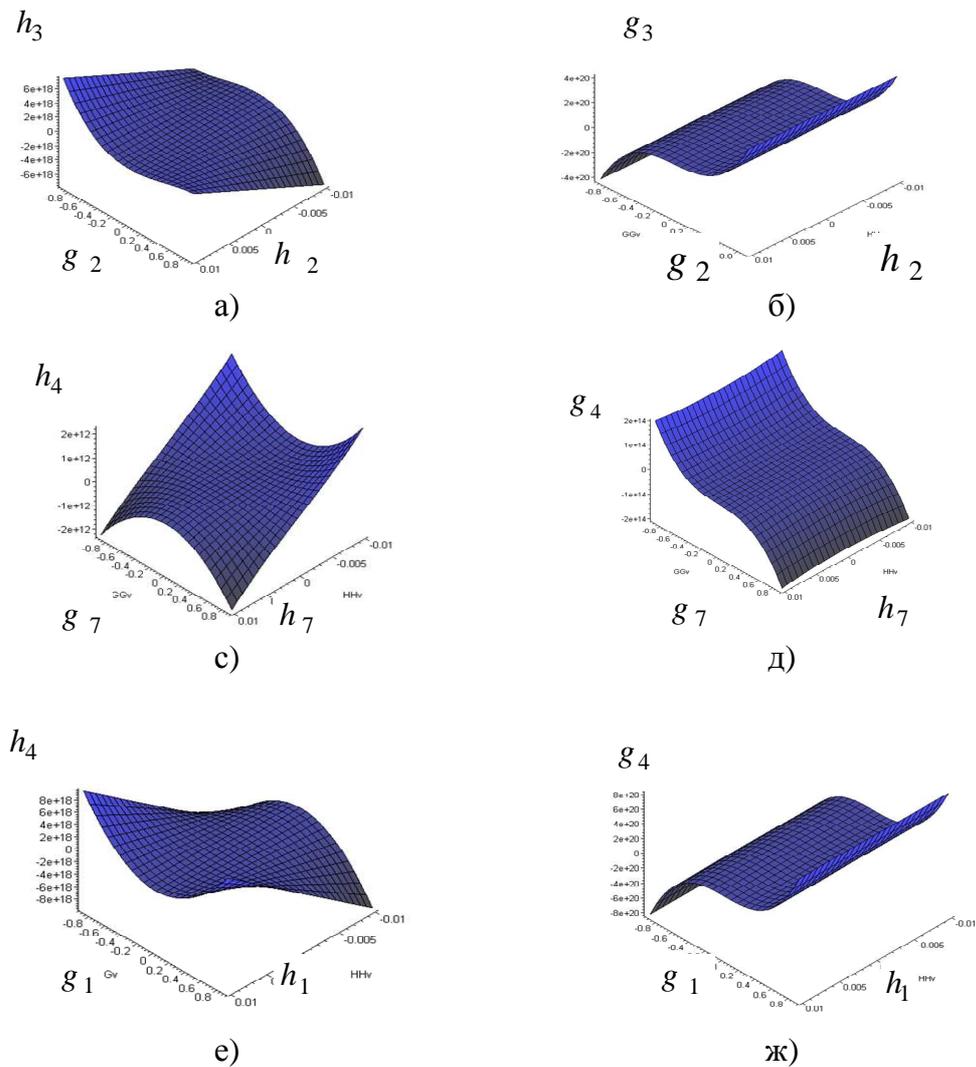


Рис. 3 . Поверхности нелинейных нормальных форм

Скелетные кривые колебаний вращающегося стержня приведены на рис.4. Отметим, что первая и третья скелетные кривые являются мягкими (см. рис. 4а, 4в), а вторая и четвертая – жесткими (см. рис. 4б, 4г). Амплитуды колебаний довольно маленькие.

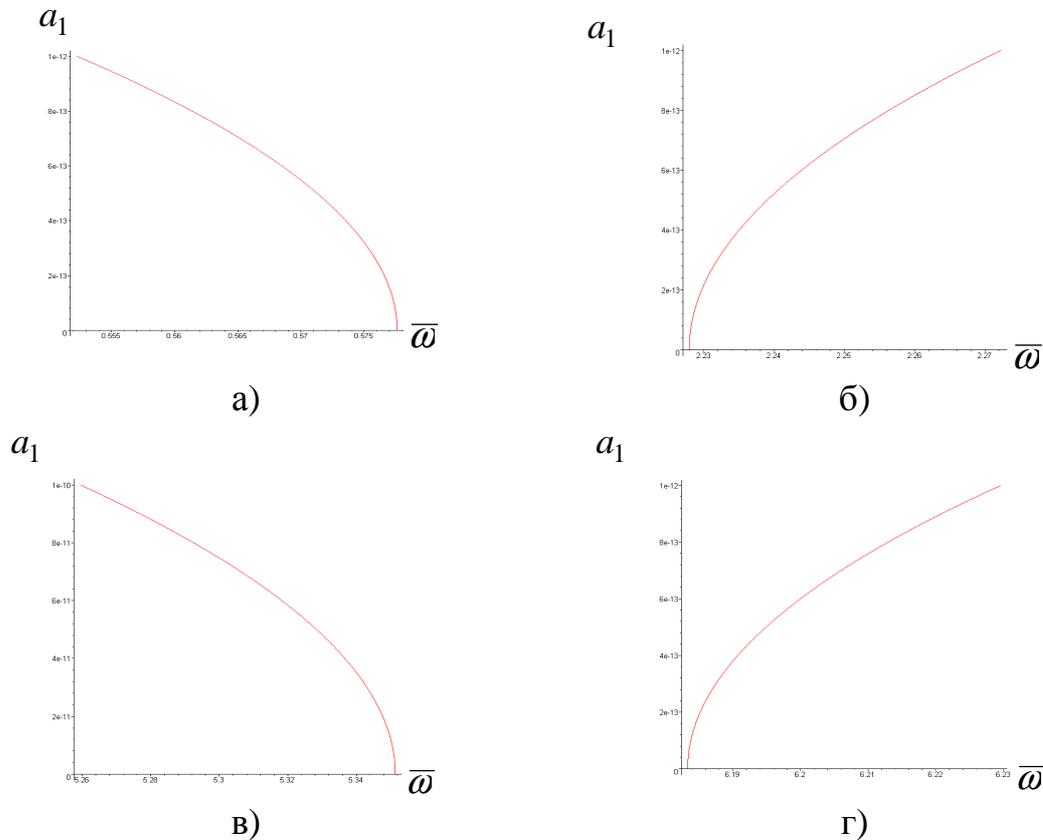


Рис. 4 . Скелетные кривые свободных колебаний (ветряк)

**Заключение.** В статье представлен численный анализ линейных и нелинейных свободных колебаний вращающегося закрученного стержня на примере лопасти ветровой энергетической установки с профилем NREL S809. Установлено, что первая и третья скелетные кривые являются мягкими, а вторая и третья жесткими. Мягкий характер скелетных кривых свидетельствует о том, что в поведении системы преобладает нелинейная инерционность, а если система показывает жесткое поведение, то в модели преобладает нелинейная кривизна.

**Список литературы:** 1. *Friedmann P.P.* Aeroelastic stability and response analysis of large horizontal – axis wind turbines// *Journal of Industrial Aerodynamics*, 1980. № 5. –P.373-401. 2. *A.H.Nayfeh, P.F.Pai.* Linear and nonlinear Structural Mechanics, Wiley&Sons, 2002. – 870p. 3. *Timoshenko S.P., Young D.H.* Vibration problems in Engineering. Third edition, Van Nostrand Company, 1955. – 444p. 4. *А.П.Филиппов.* Колебания деформируемых систем. - М.: «Машиностроение», 2-е издание, 1970. -376с. 5. *Dzanelidze G.Y.* On the theory of thin and thin-walled rods. National advisory committee for Aeronautics, NACA TM 1309, Washington, 1951. – 18p. 6. *Hodges D.H., Dowell E.H.* Nonlinear equations of motion for the elastic bending and torsion of twisted nonuniform rotor blades. NASA TN D-7818, Washington, D.C., 1974. –60p. 7. *K.V. Avramov, C. Pierre, N. Shyriaieva.* “Flexural-flexural-torsional nonlinear vibrations of pre-twisted rotating beams with asymmetric cross section” // *J.of Vibrations and Control*. V.3, № 4. 2007. Pp. 329-364. 8. *Аврамов К.В., Ицук Ю.А., Розова Л.В.* Методы исследования нелинейных процессов в энергетическом оборудовании/ Учебно-методическое пособие. -Харьков, 2006. - 64с. 9. *J.Wang, D.Qin, Q.Zang.* Mathematical model for predicting the blade behavior of horizontal

axis wind turbine // Proc.IMEchE. Vol.222. Part C: J. Mechanical Engineering Science. 2008. Pp.1681-1694. **10.** D.M.Sommers. Design and experimental results for the S809 airfoil / Airfoils, incorporated state college, Pensilvania. NREL technical monitor: J.Tangler. Jan.1997. – 24 p. **11.** К.В.Аврамов, К.Пьерр, Н.В.Ширяева. «Уравнения нелинейных изгибно-изгибно-крутильные колебаний вращающихся стержней произвольного поперечного сечения» // Механіка та машинобудування. 2006, №1, стр.8-19. **12.** К.В.Аврамов, К.Пьерр, Н.В.Ширяева. «Нелинейные нормальные формы колебаний системы с гироскопическими силами» // ДНАН України. № 11, 2006. С. 7-10.

Поступила в редколлегию 15.02.2012

УДК 621.646.42

**Г.А. КРУТИКОВ**, докт. техн. наук, доцент, НТУ "ХПИ", Харьков,  
**М.Г. СТРИЖАК**, асп., НТУ "ХПИ", Харьков

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ АНАЛОГОВОГО ЭЛЕКТРОПНЕВМАТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ЕГО КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ

В статье описан метод выделения областей устойчивости электропневматического редуцирующего клапана с пропорциональным электроуправлением в пространстве его конструктивных параметров, приведен алгоритм реализации метода на ЭВМ и полученные графики.

У статті описаний метод виділення областей стійкості електропневматичного редуційного клапана з пропорційним електрокеруванням в просторі його конструктивних параметрів, наведений алгоритм реалізації метода на ЕОМ і отримані графіки.

This article describes the method for separating the regions of stability of electro-reducing valve with proportional electric control in the space of its design parameters, an algorithm implementing the method on a computer and the resulting graphs.

**Постановка задачи.** При переходе от редуцирующих клапанов (РК) с пружинным управлением к РК с пропорциональным электрическим управлением становится чрезвычайно острым вопрос устойчивости их работы. В этом случае пружину большой жёсткости, стабилизирующую равновесие мембранно-клапанного узла, требуется заменить упруго-вязкостными звеньями, использующими газодинамические эффекты для достижения устойчивой работы РК.

**Основные результаты.** На рис. 1 представлена расчётная схема РК с пропорциональным электроуправлением, у которого в целях стабилизации работы введена надмембранная демпфирующая камера. В линейной модели такого РК с механическим аналогом надмембранной демпфирующей камеры. (рис. 2) воздействие воздуха в

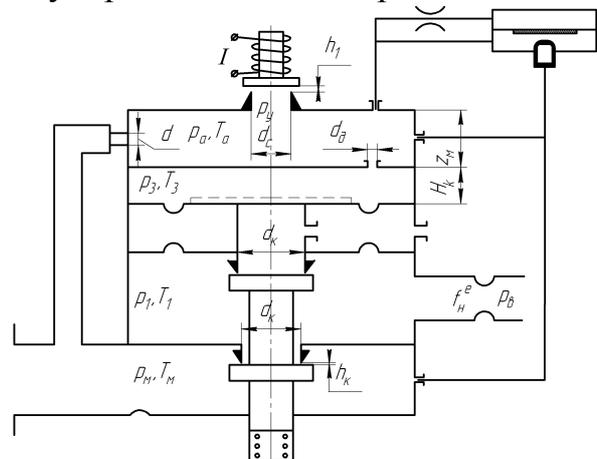


Рис. 1. Расчётная схема пропорционального РК с электроуправлением с надмембранной демпфирующей камерой