

J. - 1988. - 26, № 11. - P. 1299-1310. **4.** Jones W.P. The calculation of low-Reynolds number phenomena with a two-equation model of turbulence / W.P. Jones, B.E. Launder // Int. J. Heat and Mass Transfer. - 1973. - 16, № 10. - P. 1119-1130. **5.** Bradshaw P., Ferris D.H., Atwell N.P. Calculation of Boundary Layer Development Using the Turbulent Energy Equation // Journal of Fluid Mechanics. - 1967. - Vol. 28, Pt.3. - P. 593-616. **6.** Свечников В.С., Кириллов А.Б., Аэродинамические характеристики компрессорных решёток // Труды ЦАГИ. - М.:БНТЦАГИ, 1957. - вып. № 142. - 56 с.

Поступила в редколлегию 20.03.2012

УДК 621.311

А. В. ПРИХОДЬКО, директор ООО «Южкабель - сервис», Харьков

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПРИ АППРОКСИМАЦИИ РАСХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Запропонована процедура експериментального визначення витратної характеристики енергообладнання, яка необхідна для оптимізації общестанційних задач керування енерговиробництвом ТЕС

Ключові слова: расходна характеристика, энергообладнання, электростанція

Предложена процедура экспериментального определения расходной характеристики энергооборудования, необходимой для оптимизации общестанционных задач управления энергопроизводством ТЭС

Ключевые слова: расходная характеристика, энергоблок, электростанция

Procedure of experimental determination of expense description of power equipment is offered, necessary for optimization of the general station tasks of management the power production of the thermal electric stations

Keywords: expense description, power unit, power-station.

Введение

Рассмотрим задачу планирования экспериментов при определении расходных характеристик $B(N)$ - зависимости расхода топлива от мощности. Для этой цели может использоваться гладкая аппроксимация полиномом и кусочно - полиномиальная кривая. В последнем случае модель позволяет учитывать влияние регулирующих клапанов турбины на форму расходной характеристики.

Рассмотрим вначале полиномиальную аппроксимацию. При аппроксимации и анализе расходных характеристик удобно пользоваться полиномом в форме Лагранжа [1]

$$B(N) = \sum_{i=1}^k v_i z_i(N), \quad (1)$$

где $z_i = \prod_{j \neq i} \frac{N - c_j}{c_i - c_j}$, $c - (n+1)$ - мерный вектор опорных точек.

Точность оценки любой линейной формы от параметров и, в частности, расходной характеристики $B(N)$ зависит не только от общего числа и точности

измерений, но и от значений мощности, при которых эти измерения производились, от числа измерений при каждом значении мощности.

Под планом эксперимента будем понимать пару l -мерных векторов (r, m) , где r_1, r_2, \dots, r_l — значения мощности, при которых производится измерение расхода; m_1, m_2, \dots, m_l — числа измерений расхода топлива при этих значениях мощности соответственно. Если составляющие m_j вектора m могут принимать любые положительные значения, то план называется непрерывным. Очевидно, что числа измерений могут принимать только целые значения. Поэтому непрерывный план может быть реализован только приближенно, а точность возможного приближения тем больше, чем больше общее число измерений. В дальнейшем будем рассматривать только непрерывные планы, так как их анализ проще, результаты не зависят от общего числа измерений, а общее число измерений при реализации этих планов, обусловленное требованиями к точности результатов, оказывается достаточно большим для их удовлетворительного приближения планами с целыми m_j . Кроме того, как это принято в теории планирования экспериментов, будем рассматривать все планы на отрезке $[-1, 1]$. Для мощности в этом случае будем использовать обозначение x . Пересчет координат x приведенного к отрезку $[-1, 1]$ плана к действительным значениям мощности и обратно производится по очевидным формулам

$$N = N_{\min} + \frac{N_{\max} - N_{\min}}{2}(x + 1); \quad (2)$$

$$x = -1 + 2 \frac{N - N_{\min}}{N_{\max} - N_{\min}}, \quad (3)$$

где N_{\max} , N_{\min} — максимальное и минимальное значения диапазона изменения мощности.

Обычно в качестве критерия оптимальности принимают некоторый функционал $h = h(A)$ от информационной матрицы A , которая в качестве сомножителя входит в формулы для определения дисперсии оценок линейных форм от параметров. Оптимальный план для каждого конкретного случая может быть построен с использованием поисковых методов путем подбора r и m , минимизирующих значение h . Имеется довольно много разнообразных видов критериев оптимальности планов. В каждом конкретном случае выбор критерия зависит от тех алгоритмов управления, которые пользуются результатами эксперимента, причем не последнюю роль играет разработанность математической теории и методики оптимизации. Наиболее полно изучены G , A и E критерии оптимальности [3].

D - оптимальный план минимизирует объем эллипсоида рассеяния оценок параметров (максимизирует определитель $|A|$);

A - оптимальный план минимизирует среднеквадратичную дисперсию лучших линейных оценок, т. е. след (сумму диагональных элементов) ковариационной матрицы;

E - оптимальный план минимизирует максимальную ось эллипсоида рассеяния оценок параметров, т.е. максимальное характеристическое число ковариационной матрицы.

Обратим внимание на то, что принять эти критерии имеет смысл или в тех случаях, когда в алгоритмы, использующие результаты эксперимента, входят непосредственно оцениваемые параметры, или же когда неизвестно, в каких алгоритмах будут использоваться полученные результаты.

Кроме того, имеется ряд планов, оптимизирующих отклонение регрессионной кривой от истинной функции. Среди них наибольший интерес представляет G - оптимальный план, который минимизирует максимальную величину дисперсии значений ординаты в области планирования. Естественно рассматривать такие критерии, как минимизация средней (или средневзвешенной) дисперсии значений в области планирования, минимизация дисперсии в определенной точке вне этой области (дисперсии экстраполяции) и т. д. Такого типа критерии наиболее подходят при оптимизации планов для оценок параметров расходных характеристик и характеристик удельных приростов. Для оценки затрат при проведении эксперимента в критерий оптимальности вводится аддитивная составляющая, зависящая от общего числа измерений, числа различных точек измерений и т. д. Часто эту составляющую минимизируют отдельно, например рассматривают эксперименты с минимально допустимым числом различных точек измерений.

Рассмотрим вкратце применение G - оптимальных планов для определения расходных характеристик. Задача состоит в определении координат различных мощностей r_j и чисел измерений расходов топлива при этих мощностях m_j , для которых удовлетворялось бы условие

$$\min_{m,r} \max_{-1 \leq x \leq 1} \sigma_{\epsilon}^2(x) = \min_{m,r} \max_{-1 \leq x \leq 1} \sigma_0^2(z' A^{-1} z), \quad (3)$$

где $z_j = z_j(x)$; σ_0^2 - дисперсия измерения.

Согласно теореме де Ла Гарза [3], оптимальный план при аппроксимации расходных характеристик полиномом n - й степени может быть построен при $k \geq n+1$ различных точек измерения. Исходя из составляющей критерия, зависящей от затрат на эксперимент, выберем $k = n+1$.

Как показано в [1], при совмещении точек измерения r_j с опорными точками c_j параметры v определяются независимо с дисперсией $\sigma_j^2 = \sigma_0^2 / m_j$, а дисперсия расходных характеристик оценивается по формуле

$$\sigma_{\epsilon}^2(x) = \sigma_0^2 \sum_{j=1}^k \frac{1}{m_j} (z_j(x))^2. \quad (4)$$

На рис. 1 приведена зависимость дисперсии расходной характеристики от мощности $\sigma_g^2(x)$ для плана эксперимента $r = (-0,9; 0,05; 0,85)$ и $m = (1, 1, 1)$ при аппроксимации полиномом второго порядка. Как видно из рисунка, дисперсия резко возрастает за пределами отрезка $[-0,9; 0,85]$, на котором расположены точки измерения, а внутри отрезка имеет один максимум.

Заметим также, что при любом плане максимальное значение дисперсии на отрезке не может быть меньше наибольшего из σ_j^2 .

Идея построения G -оптимального плана заключается в том, что две точки

измерения располагаются на концах отрезка $[-1, 1]$, а остальные $k - 2$ измерения располагаются в точках максимумов дисперсии.

Тогда дисперсия $\sigma_g^2(x)$ в любой точке не будет превышать значений $\max \sigma_j^2$ и задача сведется к такому перераспределению m_j между точками измерений, при котором максимальное σ_j^2 будет наименьшим. Оптимальным в указанном выше смысле распределением весов будет равномерное $m_j = m/k$.

В таблице даны точки G -оптимальных планов для расходных характеристик, аппроксимируемых полиномами от первого до шестого порядка. На рис. 2 приведена зависимость $\sigma_g^2(x)$ для этих планов при $\sigma^2/m_j = 1$. Ввиду симметрии кривые изображены на отрезке $[-1, 0]$. На этом же рисунке нанесены координаты планов $r_j^{(n)}$, где n – степень полинома.

Таблица. Оптимальные планы для расходных характеристик

n	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7
1	-1	+1					
2	-1	0	+1				
3	-1	$-\sqrt{0,2}$	$+\sqrt{0,2}$	+1			
4	-1	$-\sqrt{\frac{3}{7}}$	0	$+\sqrt{\frac{3}{7}}$	+1		
5	-1	$-\sqrt{\frac{7+\sqrt{28}}{21}}$	$-\sqrt{\frac{7-\sqrt{28}}{21}}$	$+\sqrt{\frac{7-\sqrt{28}}{21}}$	$+\sqrt{\frac{7+\sqrt{28}}{21}}$	+1	
6	-1	$-\sqrt{\frac{15+\sqrt{60}}{33}}$	$-\sqrt{\frac{15-\sqrt{60}}{33}}$	0	$+\sqrt{\frac{15-\sqrt{60}}{33}}$	$+\sqrt{\frac{15+\sqrt{60}}{33}}$	+1

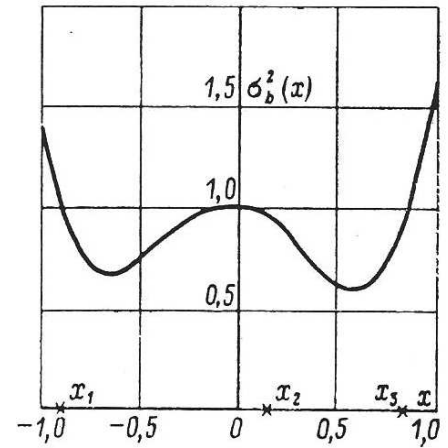


Рис. 1. Зависимость $\sigma_g^2(x)$ для плана: $x = (-0,9; 0,05; 0,85)$ при $\sigma^2/m_j = 1$

При использовании оптимальных планов расчет дисперсии может производиться по формуле (2), которая предусматривает совмещение опорных точек с точками r , в которых производятся измерения. Если хотя бы для одной точки \tilde{n}_j равенство $c_j = r_j$ не выполняется, оценки параметров будут зависимы и для расчета следует использовать общую формулу, приведенную в табл. 1.

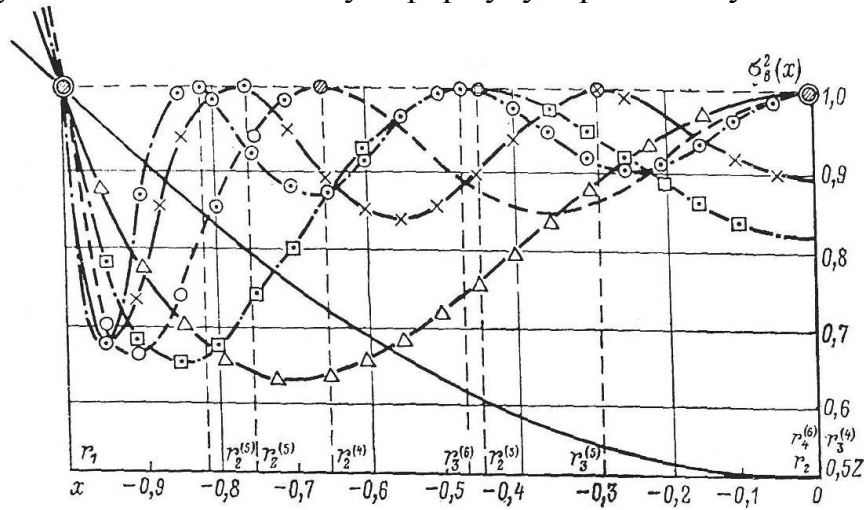


Рис. 2. Значения дисперсий на интервале $[-1, 0]$ при точных G – оптимальных планах

Рассмотрим построение оптимального плана при кусочно-полиномиальной аппроксимации расходных характеристик [1]. Исходя из требования минимума затрат на эксперимент ниже будем рассматривать только планы с измерениями в минимальном числе различных точек. • Теплоэнергетический объект, как правило, имеет существенную инерционность, приводящую к большим затратам времени при переходе от одной точки измерения к другой. Поэтому имеет смысл минимизировать число различных мощностей, в которых производятся измерения.

Совместим точки измерения r_j с точками c_j . При этом по одной точке будет расположено на концам каждого отрезка непрерывности функции $B(x)$ и по $(n-1)$ внутри каждого отрезка, где v — номер отрезка непрерывности. Так как расположение точек \tilde{n}_j внутри этих отрезков не оговаривалось, то для G оптимального плана их можно свободно перемещать внутри каждого отрезка.

В [1] показано, что дисперсия на любом из отрезков $[b_{v-1}, b_v]$ не зависит от расположения точек измерения на других (при условии, что в точках b_v проводятся измерения). Поэтому минимизация на каждом из отрезков будет производиться независимо. Для завершения построения плана по оценке кусочно-полиномиальной кривой достаточно расположить внутренние точки на каждом отрезке в соответствии с G - оптимальным планом для полинома заданной на отрезке степени. Координаты точек рассчитываются по формуле (2), которая принимает вид:

$$c_j = b_{v-1} + (1+r_\varphi)(b_v - b_{v-1})/2; j = 1, 2, \dots, k,$$

где $\varphi = j - \sum_{i=1}^{v-1} n_i$; $\sum_{i=1}^0 n_i = 0$; r_φ - точки G – оптимальных планов на отрезках,

рассчитанные по табл. 1.

Оптимальный план не всегда удается осуществить. Отклонения плана испытаний приводят к увеличению максимального значения дисперсии. Ниже рассмотрено несколько таких случаев.

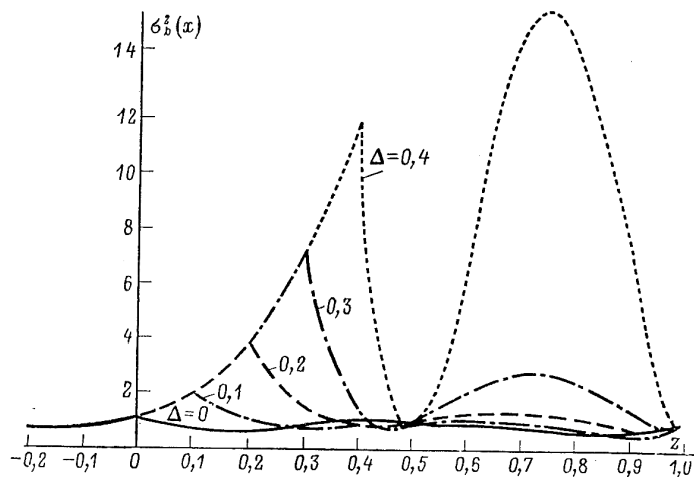


Рис. 3. Семейство кривых $\sigma_b^2(x)$ при различных значениях величины смещения точки излома

Точка излома характеристики технологического агрегата зависит от режима работы и различных внешних факторов. Не всегда можно точно установить ее до начала проведения экспериментов. План проведения эксперимента составляется согласно предполагаемому значению точки излома, отличающемуся от действительного.

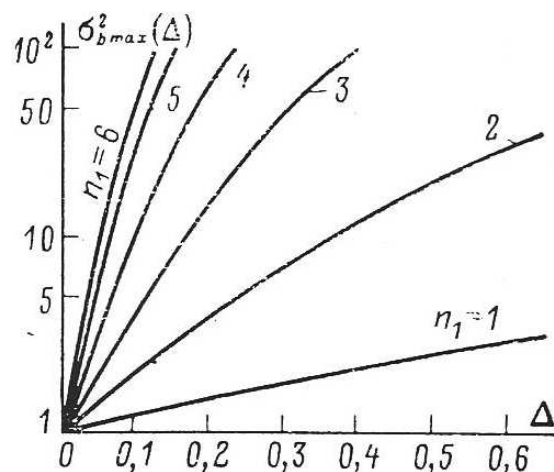


Рис. 4. Зависимость величины ошибки от величины экстраполяции Δ при различных значениях степени n аппроксимирующего полинома

На рис. 3 приведен вид кривой для случая $\sigma_b^2(x)$ двух участков непрерывности $n_1 = 2$; $n_2 = 2$; 0 — предполагаемая точка излома и при различных величинах, Δ — смещения точки излома вправо от точки 0.

Дисперсия кривой в точке излома точно так же, как и значение кривой в этой точке, определяется только планом слева и может рассматриваться как дисперсия экстраполяции. Как видно из рисунка, значение дисперсии сильно зависит от величины смещения точки излома.

За счет увеличения дисперсии в точке излома и за счет ухудшения плана увеличивается дисперсия и в правой части кривой. При малых смещениях определяющей является дисперсия экстраполяции кривой слева до точки излома. На рис. 4 приведены кривые ошибки экстраполяции в зависимости от порядка функции регрессии слева и величины смещения Δ точки излома вправо от точки замера.

2. Предположим теперь, что точка излома может быть определена в ходе проведения эксперимента и измерения могут быть перенесены в эту точку. Тогда максимальная погрешность будет погрешностью интерполяции при неоптимальном плане. На рис. 5 приведены $\sigma_{\theta}^2(x)$ для того же примера при различных при различных величинах смещения.

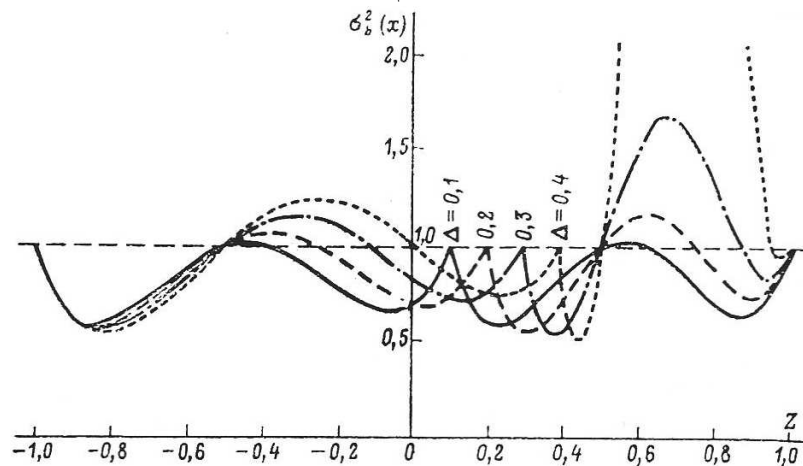


Рис. 5. Дисперсия оценки расходной характеристики при корректировке точки излома.

Выводы

Предложенная процедура экспериментального определения расходных характеристик энергооборудования ТЭС средствами вычислительной техники в составе АСУ ТП позволяет в темпе производственного процесса проводить оптимизацию общестанционных режимов эксплуатации ТЭС.

Список литературы: 1. Дуэль, М. А. Применение ЭВМ для определения энергетических характеристик в АСУ ТЭС [Текст] / М. А. Дуэль, Б. Л. Соляник, А. Е. Шульмин. – М.: Энергия, 1976. – 120 с. 2. Федоров, В. В. Теория оптимального эксперимента [Текст] / В. В. Федоров. – К.: «Наука», 1971. – 312 с. 3. Линник, Ю. В. Метод наименьших квадратов [Текст] / Ю. В. Линник. – М.: Физматгиз, 1962. – 349 с.

Поступила в редколлегию 22.03.2012