УДК 681.324: 621.3.049.77

С. М. ПОРОШИН, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПІ», Харків;
С. Г. КОТЕНКО, асп., НТУ «ХПІ», Харків;
М. О. МОЖАЄВ, асп., НТУ «ХПІ», Харків

ХАРАКТЕРНІ ОСОБЛИВОСТІ ІМОВІРНОСНОГО РОЗПОДІЛУ ТРАФІКУ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖ СПЕЦІАЛЬНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

Проаналізовано особливості функціонування сучасних інформаційних систем і телекомунікаційного трафіку в них. Проведено моделювання високоскоростного мережевого трафіку з урахуванням їх фрактальної структури. Запропоновано нові прийоми асимптотичного аналізу "важких" хвостів розподілів моделей реального трафіку. Іл.: 0. Библіогр.:10. назв.

Ключові слова: телекомунікаційні системи, фрактальні структури, "важкі" хвости

Постановка проблеми

В даний час значно зросла кількість різноманітних надзвичайних ситуацій, стихійних лих, виникнення яких може бути викликано як природними факторами, так і діяльністю людини. В якості прикладу можна навести і землетрусу і цунамі в Південно-Східній Азії, урагани в Північній і Центральній Америці, численні лісові пожежі і багато іншого. В основному причинами цих лих були природні стихії, а й людина своєю життєдіяльністю також здатна завдати значної шкоди природі, а також умовам життя людства. Тому виникає нагальна потреба у створенні нових інформаційних систем попередження про надзвичайні ситуації, а також розвиток та удосконалення сучасних. Але до таких систем пред'являються дуже високі вимоги: оперативність, висока вірогідність і безперебійність зв'язку та інформаційного обміну. Крім того, різко зросли обсяги інформації, які необхідно передавати для прогнозування нештатних ситуацій. Але якість функціонування телекомунікаційних систем, в тому числі і які є складовою частиною інформаційної системи оповіщення залежить від того наскільки правильно обрані моделі обслуговування та процедури розподілу телетрафіка.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

При побудові моделі обслуговування основним завданням є вибір об'єкта трафікового управління. В області трафікового моделювання, основані на реальних вимірах окремих об'єктів, проведено багато досліджень [1-7], які показали, що реальні трафіки в мережах з високою інтенсивністю і швидкістю передачі даних задовольняють властивостям фрактальності або масштабної інваріантності щодо їх статистичних характеристик першого і другого порядку. При такому мережевому трафіку можна зіставити стохастичні процеси з властивістю масштабної інваріантності, яка виникає при агрегування значного числа точкових відліків, що дозволяє використовувати методи фрактального аналізу. Але основними характерними властивостями будь-якого фрактального процесу є його довготривала залежність, викликана тим, що коефіцієнт кореляції затухає повільно (гіперболічно), а також те, що такий процес описується аналітично як розподіл з "важкими"

хвостами, тобто цей розподіл можна представити у вигляді:

$$P[X > z] \sim cx^{-\alpha}, x \to \infty,$$

де $0 < \alpha < 2$ називається індексом хвоста або параметром форми, позитивна константа. Такий розподіл загасає значно повільніше, ніж, наприклад, експоненційний або гаусівський розподіли, які мають експоненціально спадаючий хвіст. В даний час для моделювання фрактального трафіку використовуються розподіли Парето, Вейбула, логонормальне, гамма розподіл і розподіл Бура, для яких характерна наявність "важких" хвостів. Це викликало підвищений інтерес до дослідження перерахованих розподілів і їх властивостей в класичних моделях [8, 9]. Перехід до більш широкого класу моделей, що використовуються при аналізі реальних телекомунікаційних трафіків, вимагає нових методів дослідження розподілів з "важкими" хвостами, що і є основним завданням даної статті.

Постановка завдання на дослідження

У даній статті за допомогою індексів випадкових величин досліджується багатоканальна система масового обслуговування $G|G|m|\infty$, яка є математичною моделлю телекомунікаційної системи оповіщення про надзвичайні ситуації.

Основний матеріал

Розглянемо систему масового обслуговування $G|G|m|\infty$ з m каналами, рекурентним вхідним потоком $t_0 = 0 \le t_1 = t_0 + \xi_0 \le t_2 = t_1 + \xi_1 ...$ і часом обслуговування $\eta_0, \eta_1, ...$. Припустимо, що випадкові послідовності, незалежні і складаються з незалежних і однаково розподілених випадкових величин з функціями розподілів

$$P(\xi_0 < t) = F_1(t), \quad P(\eta_0 < t) = F_2(t) \ , \tag{1}$$

Причому $F_1(0) = F_2(0)$.

Розгляне m-мірний марковський ланцюг $W_n = (\omega_{n,1}, ..., \omega_{n,m})$, $n \ge 0$, в якій $\omega_{n,i}$ - інтервал між моментом часу і моментом часу t_n, коли звільняться i каналів від 0-ої, 1-ої, ..., $n-1$-ої заявок вхідного потоку. Такий марковський ланцюг вперше був введен Кіфером і Вольфовицом [10], які показали, що справедливо рекурентне співвідношення:

$$W_{n+1} = R\left((\omega_{n,1} + \eta_n - \xi_n)^+, (\omega_{n,2} - \xi_n)^+, (\omega_{n,2} - \xi_n)^+\right), \quad n \ge 0, \quad W_0 = (0, ..., 0) \tag{2}$$

де $R = R(v_1, ..., v_m)$- оператор упорядкування компонентів вектора $(v_1, ..., v_m)$ так, щоб, $v_1 \le ... \le v_m$, $a^+ = \max(0, a)$. Введемо в розгляд допоміжний марковський ланцюг $V_n = (v_{n,1}, ... v_{n,m})$, $n \ge 0$, обумовлений рекурентним співвідношенням:

$$V_{n+1} = R(v_{n,1} + \eta_n, v_{n,2}, ..., v_{n,m}), \ n \ge 0, \ V_0 = (0, ..., 0) \tag{3}$$

Використовуючи метод математичної індукції можна довести що:

$$\left(v_{n,i} - \sum_{i=0}^{n-1} \xi_i\right) \le \omega_{n,i} \le v_{n,i}, \ 0 < n, \ 1 \le i \le m. \tag{4}$$

З формули (3) легко отримати, що при $n \geq 0,$:

$$v_{n+1,i} = \max\left(v_{n,i}, \min\left(v_{n,1} + \eta_n, v_{n,i+1}\right)\right) \quad 1 \leq i \leq m,$$

$$v_{n+1,m} = \max\left(v_{n,m}, v_{n,1} + \eta_n\right) \tag{5}$$

Проведемо оцінку індексів випадкової величини X з функцією розподілу F, які можна визначити як:

$$ind_*(X) = \sup\{r : EX^r < \infty\}; \tag{6}$$

$$ind^*(X) = \sup\{a : E\exp(X^a) < \infty\}. \tag{7}$$

Враховуючи вищезазначені зауваження, можна скористатися індексами випадкової величини, яка розподілена на інтервалі, які визначаються як:

$$ind^*(X) = ind_*(X^+), \tag{8}$$

$$ind_a(X) = ind_a(X^+), \tag{9}$$

де $X^+ = \max(0, X)$.

Таким чином, визначені нами індекси дозволяють описувати властивості правого хвоста розподілу випадкової функції.

Продовжимо аналіз хвостів розподілів стохастичної величини за допомогою індексів випадкової величини. Якщо, як ми припустили, функція розподілу випадкової величини X - F, то справедливо очевидне співвідношення $\overline{F} = 1 - F$. Тоді можна досить просто довести, що будуть справедливі і такі два висловлювання:

1) Якщо $\overline{F} = L(x)x^{-\alpha}$ (при деякому $\alpha > 0$), де $L(x)$ - повільно змінна функція, то,

$$ind_*(X) = \alpha; \tag{10}$$

2) Якщо $\overline{F} = \exp(-c(x)x^a)$ (при деякому $c(x) \to c > 0, x \to \infty$), то

$$ind^*(X) = a \tag{11}$$

У результаті використання співвідношень (6) - (11) до виразів (2) - (5) можна отримати оцінки поведінки функцій розподілу випадкових величин X, Y, $\omega_{n,1}$, η_n, $v_{n,i}$:

$$ind_*(\min(X,Y)) \geq ind_*(X) + ind_*(Y), \tag{12}$$

$$ind^*(\min(X,Y)) \geq \max(ind^*(X), ind^*(Y)), \tag{13}$$

$$ind_*(XY) \geq \min(ind_*(X), ind_*(Y)), \tag{14}$$

$$ind_*(cX) = ind_*(X), \quad c > 0, \tag{15}$$

$$\frac{1}{ind^*(XY)} \leq \frac{1}{ind^*(X)} + \frac{1}{ind^*(X)}, \tag{16}$$

$$ind_*(\omega_{m,i}) = (m - i + 1)ind_*(\eta_0), \; 1 \leq i \leq m \tag{17}$$

$$ind^*(v_{m,i}) = ind^*(\eta_0), \; 1 \leq i \leq m \tag{18}$$

Використовуючи отримані в результаті досить простих перетворень співвідношення (12) - (18) можна довести справедливість пропонованих нижче тверджень:

$$ind_*(\omega_{n,i}) = (m - i + 1)ind_*(\eta_0), \; 1 \leq i \leq m \leq n \tag{19}$$

$$ind^*(\omega_{m,i}) = ind^*(\eta_0), \; 1 \leq i \leq m \leq n \tag{20}$$

Отримані співвідношення (19) і (20) дозволяють враховувати корпоративний характер процесу поширення телекомунікаційного трафіку в багатоканальних мережах, аналогічних системам масового обслуговування типу $M|M|n|\infty$ (одержуваних шляхом об'єднання одноканальних систем типу $M|M|1|\infty$).

Розглянемо телекомунікаційну мережу в якій випадкову величину, що характеризує кількість правильно переданих пакетів інформації в випадкові інтервали часу $\mathrm{t_i}$ можна представити у вигляді послідовності:

$$S_0 = x,\ \ S_{n+1} = \xi_n S_n + (1-\eta_{n+1})S_n,\ \ n \ge 0, \qquad (21)$$

де S_n - кількість пакетів, переданих в інтервал часу, ξ_n - кількість пакетів, що передаються в мережі у довільний момент часу, нормоване на кількість пакетів в попередній момент. η_{n+1} - частка пакетів, від їх загальної кількості, які не надійшли в $n+1$ інтервал часу. Якщо припустити, що послідовності, $\xi_1,\dots,\xi_n$; $\eta_1,\dots,\eta_n$ складаються з незалежних і однаково розподілених випадкових величин. У кожній із зазначених послідовностей випадкові величини мають спільні функції розподілу і $P(\xi > 0) = 1$.

Позначимо елементи випадкових послідовностей як:

$$X_n = -(1-\eta_n)S_{n-1},\ \ Y_n = \xi_{n-1}^{-1},\ n \ge 1. \qquad (22)$$

Тоді модель телекомунікаційного трафіку може бути записана у вигляді:

$$S_0 = x, \qquad S_n = Y_n^{-1} S_{n-1} - X_n,\ \ \ n \ge 1. \qquad (23)$$

Розглянемо функцію (ймовірність втрати всіх пакетів інформації в телекомунікаційній мережі):

$$\psi(x,n) = P\,(\min_{0\le k\le n} S_k < 0),\ \ n \ge 0 \qquad (24)$$

Очевидно, що функція $\psi(x,n)$ не зростає по $x \in [0,\infty)$ і не убуває по $n \ge 0$.

За визначенням, де $\psi(x,n) = P(U_n > x)$, где $U_0 = 0$.

Визначимо інший марковський ланцюг:

$$V_0 = 0,\ \ V_n = Y_n \max\{0, X_n + V_{n-1}\},\ \ n \ge 1. \qquad (25)$$

Тоді для такого ланцюга справедливе співвідношення:

$$\psi(x,n) = P(V_n > x),\ \ \ n \ge 0. \qquad (26)$$

Але вираз (26) дозволяє узагальнити результати, отримані для одноканальної системи масового обслуговування $G|G|1|\infty$ на багатоканальну модель системи масового обслуговування $G|G|m|\infty$, яка досить адекватно описує існуючі телекомунікаційні системи. Аналізуючи вище написане можна зробити висновок, що у випадку, коли дві випадкові величини X_0, Y_0 мають розподіл з "важкими" хвостами, то при заданій вимозі тяжкості хвостів розподілу, визначальним є більш важкий з цих хвостів. Аналогічно, при заданій вимозі легкості хвоста визначальним є хвіст розподілу випадкової величини Y_0.

Застосуємо запропоновані оцінки, поведінки хвостів функцій розподілу випадкових величин, для розподілів, які використовуються для моделювання трафіку, що володіє фрактальним характером. Найбільш придатним, як відомо є сімейство розподілів Парето, функцію розподілу якого можна уявити, як:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & при\ 0 \le x < k \\ 1-(k/x)^{a}, & при\ k \le x < \infty \end{cases}, \tag{27}$$

При $a > 1, k > 0$.

Параметром тяжкості в цьому розподілі вважається a. Виділимо в (27) розподілу, параметризрвані від a. Для цього представимо:

$$R_0(x)=\begin{cases} 1, & x=0 \\ 0, & 0 < x < \infty \end{cases}, \tag{28}$$

$$R_1(x)=\begin{cases} 1, & 0 \le x \le 1 \\ d, x=1, 0 \le d \le 1. \\ 0, & 1 \le x \le \infty \end{cases} \tag{29}$$

Тоді для розподілу Парето (27) справедливі наступні граничні співвідношення:

$$\lim_{a \to a_*} F(x) = R_0(x), \tag{30}$$

$$\lim_{a \to a^*} F(x) = R_1(x), d = e^{-1}, \tag{31}$$

$$\lim_{a \to a_*} \int_0^{\infty} |F(x) - R_1(x)| dx = 0, \tag{32}$$

де $a_* = 1$, $a^* = \infty (a_* < a < a^*)$.

Аналогічні співвідношення можна отримати і для розподілу Вейбулла і логонормального розподілу. Таким чином, при асимптотичному аналізі розподілів з "важкими" і "надважкими" хвостами встановлено, можна отримати імовірнісні оцінки передачі пакетів сигналів і їх втрати на кінцевих інтервалах часу. Це дозволяє створити довгостроковий прогноз телекомунікаційного трафіку в мережі оповіщення про надзвичайні ситуації, використання якого дозволить генерувати віртуальні з'єднання оптимальним чином.

Висновки

В результаті моделювання телетрафіка, як системи масового обслуговування (одноканальної і багатоканальної) проведено асимптотичний аналіз розподілів з "важкими" і "надважкими" хвостами. Отримані співвідношення для індексів випадкових величин дозволяє отримати достовірні оцінки ймовірності передачі і втрати пакетів в телекомунікаційній мережі. Для випадку двохпараметричного сімейства розподілів встановлено, що хвости розподілу є "надважкими", що при фіксованому математичному очікуванні втрати пакетів двохпараметричного сімейства розподілів перетворюється в однопараметричне. Устремління залишився параметра до одного з його граничних значень приводить до появи поняття "надважкого хвоста розподілу втрати пакетів". Для "надважких" хвостів розподілу втрат пакетів отримані нові асимптотичні формули.

Список літератури: **1**. *Стеклов В. К., Беркман Л. Н.* Телекомунікаційні Мережі. - К.: Техніка, 2001. - 392 с**.** **2**. *Столлінгс В.* Сучасні комп'ютерні мережі. - С.-Пб.: Питер, 2003. - 784 с. **3.** *Кучук Г. А., Можаєв О. О., Воробйов О. В.* Аналіз та Моделі самоподібного трафіка / / Авіаційно-космічна техніка і технологія. - 2006. - Вип. 9 (35). - С. 173-180. **4.**

Leland W., Taqqu M., Willinger W. On the self-similar nature of IP-trafic / / IEEE / ACM Transactions on Networking. - 1997. - № 3. - P. 423 - 431. **5**. *Zaborovsky V., Yegorov S*. Traffic models and Management in High-Speed Networks / / Proceedings of International Conference on Informatics and Control. - St.-P. - 1997. - P. 231 - 240**. 6**. *Порошин С. М., Можаев М. А., Завизиступ Ю. Ю.* Исследование взаимодействия потоков данных в гетерогенных сетях // Вісник Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна Серія ”Радіофізика та електроніка”, випуск 15, 2010 С. **7.** С. *М.Порошин, В. Е. Кузьменко, М. А.Можаев.* Оценка параметров нелинейной динамической модели гетерогенной сети / / Системи обробки інформації Збірник наукових праць.-Харків: ХУ ПС.-2011р.-Вип.5(95).- С.209 -2128. **8.** Кучук *Г. А., Можаєв О. О., Горобець О. В.* Метод агрегування фрактального трафіка / / Радіоелектронні та комп'ютерні системи. - 2006. - № 6 (18). - С. 181 - 188. **9.** Котенко *С. Г., Можаєв М. О., Порошин С. М.* Побудова екстраполюючої моделі процесу функціонування телекомунікаційних систем // «Східно-Європейський журнал передових технологій», Х.: 2012, випуск № 4(58) . С62-65. 10.Kifer J., Wolfowitz J. On the theory of queues with many servers / / Trans. Amer. Math. Soc. 1955. Vol.78. P147-161

УДК 681.324: 621.3.049.77

Характерные особенности вероятносного распределения трафика елекоммуникационных сетей специального назначения/ С. М. Порошин, С. Г.Котенко, М. А. Можаев // Вестник НТУ «ХПИ». Серия «Новые решения в современных технологиях». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2012. - № 50(956).. С.39-44

Проанализированы особенности функционирования современных информационных систем и телекоммуникационного трафика в них. Проведено моделирование высоскоскоростного сетевого трафика с учетом их фрактальной структуры. Предложены новые приемы асимптотического анализа "тяжелых" хвостов распределений моделей реального трафика. Из.: 0. Библиогр.: 10 назв.

Ключевые слова: телекоммуникационные системы, фрактальные структуры, "тяжелые" хвосты

UDK 681.324: 621.3.049.77

Particularities of traffic probabilistic distribution in special telecomunication networks/ M.Poroshin, S.Kotenko, M.Mozhaiev // Bulletin of NTU “KhPI”. Subject issue: New desicions of modern technologies. – Kharkov: NTU “KhPI”. – 2012. - № 50(956). P.39-44.

Were analyzed the functioning of modern information systems and telecommunications traffic in them.Modeling of enhanced programming network traffic based on their fractal structure. Were propose new methods of asymptotic analysis of "heavy" tails of distribution models traffic. Im.:0 : Bibliogr.: 10.

Keywords: telecommunications systems, fractal structures, "heavy" tails

Надійшла до редакції 10.09.2012