

Минько Э. В. Методы прогнозирования и исследования операций: учебное пособие [Текст] / Э. В. Минько, А. Э. Минько; под ред. А. С. Будагова. – М.: Финансы и статистика, 2010. – 480 с. **8.** Абчук В. А. Прогнозирование в бизнесе, менеджменте и маркетинге [Текст] / Абчук В. А. – СПб.: Изд-во Михайлова В. А., 2005. – 448 с. **9.** Маркозов Д. О. Аналіз основних методів прогнозування вірогідного попиту: позитивні риси та недоліки [Текст] / Д. О. Маркозов // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наук. праць - Харків: НТУ «ХПІ». – 2006. – № 41. – С.53 - 56. **10.** Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников [Текст] / Кобзарь А. И. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.

*Поступила в редколлегию 03.01.2012*

**УДК 378.147**

**К. В. ВЛАСЕНКО**, канд. пед. наук, доц., ДДМА, Краматорськ

**О. О. ЧУМАК**, асис., ДДМА, Краматорськ

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МАЙБУТНІМИ ІНЖЕНЕРАМИ В ХОДІ НАВЧАННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТІ ТА ТЕОРІЇ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ**

Проаналізовано сутність процесу навчання математичних дисциплін у вищій інженерній школі. Розроблено методичні рекомендації щодо управління математичним моделюванням майбутніми інженерами у ході аудиторних занять з теорії ймовірності та теорії випадкових процесів. Запропоновано організаційні методи і форми розв'язування професійно орієнтованих завдань з ТЙ та ТВП.

Проанализирована сущность процесса обучения математическим дисциплинам в высшей инженерной школе. Разработаны методические рекомендации по управлению математическим моделированием будущими инженерами во время аудиторных занятий по теории вероятностей и теории случайных процессов. Предложены организационные методы и формы решения профессионально ориентированных заданий по ТВ и ТСП.

Nature of the learning process of mathematical disciplines in higher engineering school is analyzed. Guidelines are designed to manage the mathematical modeling of future engineers in the classroom on probability theory and stochastic processes. Organizational forms and methods proposed to address the career-oriented jobs in probability theory stochastic processes.

**Актуальність.** Суспільні зміни, зростаючі темпи розвитку науки і техніки висувають принципово нові завдання перед технічним вищим навчальним закладом (ВНЗ), серед яких особливе місце належить підвищенню якості підготовки інженерних кадрів. Професійно орієнтоване навчання математики, поліпшуючи фундаментальну математичну підготовку і розвиваючи вміння математичного моделювання в галузі професійної діяльності, сприяє досягненню цілей навчання в технічному ВНЗ та формує математичний аспект компетентності майбутнього інженера. За таких умов, навчання студентів вищих технічних навчальних закладів (ВНЗ) математичному моделюванню набуває безапеляційної актуальності.

Особливе значення в рамках даної роботи мають педагогічні дослідження з проблеми використання математичного моделювання в ході навчання студентів теорії ймовірностей (Я. В. Гончаренко [2], В. М. Дрибан [3], В. В. Корнецьук [4],

Л. Л. Панченко [5], О. В. Трунова [7], О. Г. Фомкіна [8]). Аналіз науково-методичної літератури показав, що на сьогодні недостатньо висвітленими залишаються питання формування вмінь математичного моделювання в студентів ВНЗ під час навчання теорії ймовірності та теорії випадкових процесів (ТЙ та ТВП).

Отже, завдання нашої розвідки полягає в розробці методичних рекомендацій щодо управління математичним моделюванням майбутніми інженерами у ході аудиторних занять з теорії ймовірності та теорії випадкових процесів. Крім того, нами розглядаються організаційні методи і форми розв'язування професійно орієнтованих завдань з ТЙ та ТВП.

**Виклад основного матеріалу.** Курс теорії ймовірності та теорії випадкових процесів, що викладається у ВНЗ для технічних спеціальностей дуже віддалений від практичних застосувань і, як наслідок, сприймається студентами як дисципліна, що ніяк не пов'язана з їхньою майбутньою професійною діяльністю. Це призводить до байдужого, а підчас, і негативного ставлення до дисципліни, до низького рівня якості знань студентів. З метою подолання даної проблеми ми пропонуємо професійно орієнтований підхід до навчання ТЙ і ТВП, а саме використання професійно орієнтованих завдань (ПОЗ), розв'язання яких супроводжується формалізацією тобто побудовою математичної моделі.

За К. В. Власенко [1]: «професійно орієнтоване завдання враховує брак у студентів знань із вищої математики для розроблення нових об'єктів навчання, проте актуалізує знання, які сприяють створенню цих об'єктів». Кожне таке завдання потребує індивідуального підходу, що ґрунтується на знанні відповідних законів (фізичних, технологічних, хімічних) і вмінні перекладати завдання мовою математики. Ці завдання описують реальні виробничі ситуації, а їх розв'язання сприяє виробленню вмінь аналізувати, узагальнювати факти, інтегрувати набуті знання, будувати і досліджувати математичні моделі. Таким чином використання професійно орієнтованих завдань дає можливість студентам усвідомити необхідність, універсальність математики та її методів, робить навчання вмотивованим.

Оволодіння таким універсальним апаратом як моделювання, уможливорює його застосування інженером у ході проведення різноманітних досліджень в технічній галузі, що характеризуються невизначеністю, випадковістю. Це дає можливість формування в майбутнього спеціаліста вміння приймати нестандартні рішення, сприяє розвитку творчого мислення і професійної мобільності.

Таким чином, не викликає сумнівів, що математичне моделювання є одним із засобів підвищення якості професійної компетентності майбутнього фахівця.

За В. О. Швецом [9] під математичним моделюванням будемо розуміти процес встановлення відповідності між даним реальним об'єктом чи явищем та деяким математичним об'єктом, що називається математичною моделлю (фігура, рівняння, система рівнянь, функція, тощо). Побудова математичної моделі полягає у визначенні зв'язків між тими чи іншими процесами та явищами, створенні математичного апарату, що уможливорює кількісний і якісний вираз зв'язку між тими чи іншими процесами і явищами, між фізичними величинами, що цікавлять спеціаліста, між факторами, що впливають на кінцевий результат.

Основними етапами математичного моделювання є:

- побудова моделі (I-й етап);
- розв'язання математичного завдання, до якої призводить модель (II-й етап);
- інтерпретація отриманих висновків із математичної моделі (III-й етап);
- перевірка адекватності моделі;
- модифікація моделі.

Ми застосовуємо схему, що пропонується В. О. Швецем [9] до математичного моделювання професійно орієнтованих завдань, для яких зазначається: умова професійно орієнтованого завдання (УПОЗ), математичне завдання (МЗ), розв'язання математичного завдання (РМЗ), розв'язок професійно орієнтованого завдання (РПОЗ) (рис. 1).

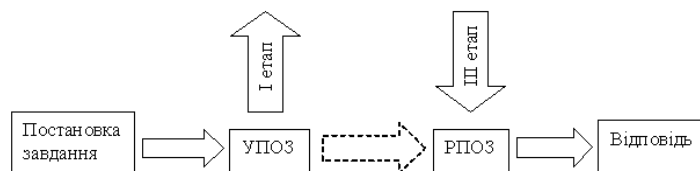


Рис. 1. Схема математичного моделювання професійно орієнтованих завдань

Розглянемо деякі методичні прийоми і орієнтовні дії (для кожного з вказаних етапів) з метою ефективного оволодіння студентами математичним моделюванням у ході навчання ТЙ та ТВП.

I етап – використання евристичних запитань та прийомів (розв'язування «з кінця», узагальнення тощо); абстрагування від властивостей об'єкту, несуттєвих для побудови адекватної моделі; формулювання умови ПОЗ на мові математики тощо;

II етап – використання додаткових теоретичних відомостей; застосування ілюстративних креслень, графіків, ескізів; пошук задач – двійників тощо;

III етап – здійснення відбору тих розв'язків математичної задачі, що є розв'язками ПОЗ із забезпеченням області визначення даних завдання, здійснення перевірки розв'язку.

Розглянемо фрагменти організації розв'язування ПОЗ за допомогою використання, зазначених вище, евристичних прийомів. Проілюструємо застосування організаційних методів і форм навчання на прикладах завдань з теми «Дискретна випадкова величина».

**Завдання 1.** Задано закони розподілу двох незалежних випадкових величин  $X$  та  $Y$ , де  $X$  – кількість виробів, що деформуються протягом тижня за допомогою гарячого деформування,  $Y$  – кількість виробів, що деформуються протягом тижня за допомогою холодного деформування.

$X$	1	2	$Y$	0	1	2
$P$	0,4	0,6	$P$	0,2	0,6	0,2

Скласти закон розподілу випадкової величини  $Z$  – загальної кількості виробів, що деформуються протягом тижня. Обчислити середню кількість виробів та міру відхилення кількості виробів від середнього значення.

При розв'язанні даного завдання передбачається формулювання завдання на математичній мові, використання евристичних запитань та розв'язування «з кінця», що підведе студентів до побудови математичної моделі. Серед запитань можуть

бути наступні: що необхідно знайти у завданні? Опустіть пояснення про те, що представляють незалежні випадкові величини  $X$  і  $Y$  та переформулюйте завдання математичною мовою?

Таким чином математичною моделлю даного ПОЗ є задача, що записана математичною мовою: «Задано закони розподілу двох незалежних випадкових величин  $X$  та  $Y$ . Скласти закон розподілу випадкової величини  $Z = X + Y$ ». Для допомоги при розв'язанні студентами даної математичної моделі, викладачу доцільно використовувати такі запитання:

Яких можливих значень набуває величина  $Z$  ?

Як визначити невідомі ймовірності  $P(Z = 1)$ ,  $P(Z = 2)$ , і т. д.?

Чому дорівнюють  $X$  та  $Y$ , якщо  $Z = 1, 2, 3...$  ?

Як обчислити ймовірність одночасної появи подій  $X = 1$  та  $Y = 0$ , якщо  $X$  та  $Y$  незалежні величини?

Для відповіді на запитання студентам необхідно узагальнити отримані раніше знання з теми «Теорема добутку незалежних подій». Як наслідок, будується розв'язання математичної моделі:

$$P(Z = 1 + 1 = 2 + 0 = 2) = P_1(X) \cdot P_2(Y) + P_2(X) \cdot P_1(Y)$$

$$P(Z = 2 + 1 = 1 + 2 = 3) = P_2(X) \cdot P_2(Y) + P_1(X) \cdot P_3(Y)$$

$$P(Z = 2 + 2 = 4) = P_2(X) \cdot P_3(X)$$

Подібні завдання можуть бути запропоновані студентам з метою мотивації навчання теми «Функція двох випадкових аргументів».

**Завдання 2.** Після деформації тіло може мати один із двох показників,  $x_1$  або  $x_2$ , при чому  $x_1 < x_2$ . З 10 перевірених виробів 6 мають показник  $x_1$ . Знайти закон розподілу величини  $X$  – можливі значення показників деформації, якщо математичне сподівання  $M(X) = 1,4$  та дисперсія  $D(X) = 0,24$ .

Студенти, за допомогою викладача починають міркування з кінця завдання. Наведемо приклад евристичного діалогу, що допоможе студентам у побудові математичної моделі:

Викладач: що необхідно знайти?

Студент: необхідно знайти закон розподілу величини  $X$  – можливі значення показників деформації.

Викладач: чи можна переформулювати це завдання математичною мовою?

Студент: можна переформулювати це завдання математичною мовою таким чином: скласти закон розподілу випадкової величини  $X$ , що може набувати двох значень  $x_1$  та  $x_2$ , з відповідними ймовірностями  $p_1$  та  $p_2$ .

Викладач: запишіть закон розподілу для даної задачі.

Студенти записують закон:

$X$	$x_1$	$x_2$
$P$	$p_1$	$p_2$

Викладач: чи задані ймовірності за умовою?

Студент: за умовою задано лише ймовірність  $p_1 = \frac{6}{10} = 0,6$ .

Викладач: як визначити невідому ймовірність  $p_2$ ?

Студент: оскільки сума ймовірностей дорівнює 1, то  $p_2 = 1 - p_1$ .

Викладач: що залишилось невідомим в даній задачі?

Студент: невідомими залишились змінні  $x_1$  та  $x_2$ .

Викладач: чи достатньо буде скласти одне рівняння для знаходження двох невідомих?

Студент: необхідно скласти систему двох рівнянь, що відображає данні умови.

Викладач: звідки можна отримати перше рівняння системи двох рівнянь?

Студент: використати формулу для знаходження математичного сподівання  $M(X) = 0,6 \cdot x_1 + 0,4 \cdot x_2$ , і задану умову  $M(X) = 1,4$ .

Викладач: як скласти друге рівняння системи двох рівнянь?

Студент: для складання другого рівняння необхідно використати формулу для знаходження дисперсії  $D(X) = 0,6 \cdot x_1^2 + 0,4 \cdot x_2^2 - M^2(X)$ , і задані умови  $M(X) = 1,4$ ,  $D(X) = 0,24$

Таким чином, будується математична модель завдання, що вимагає розв'язування системи двох рівнянь (I етап). Розв'язання даної системи відбувається способом підстановки (II етап). У результаті отримано дві пари значень для  $x_1$  та дві пари для  $x_2$ . Необхідно виокремити лише ті значення, що належать до області визначення даної величини  $X : x_1 < x_2$  (III етап). Зобразимо схематично процес розв'язування для даного завдання (рис.2).

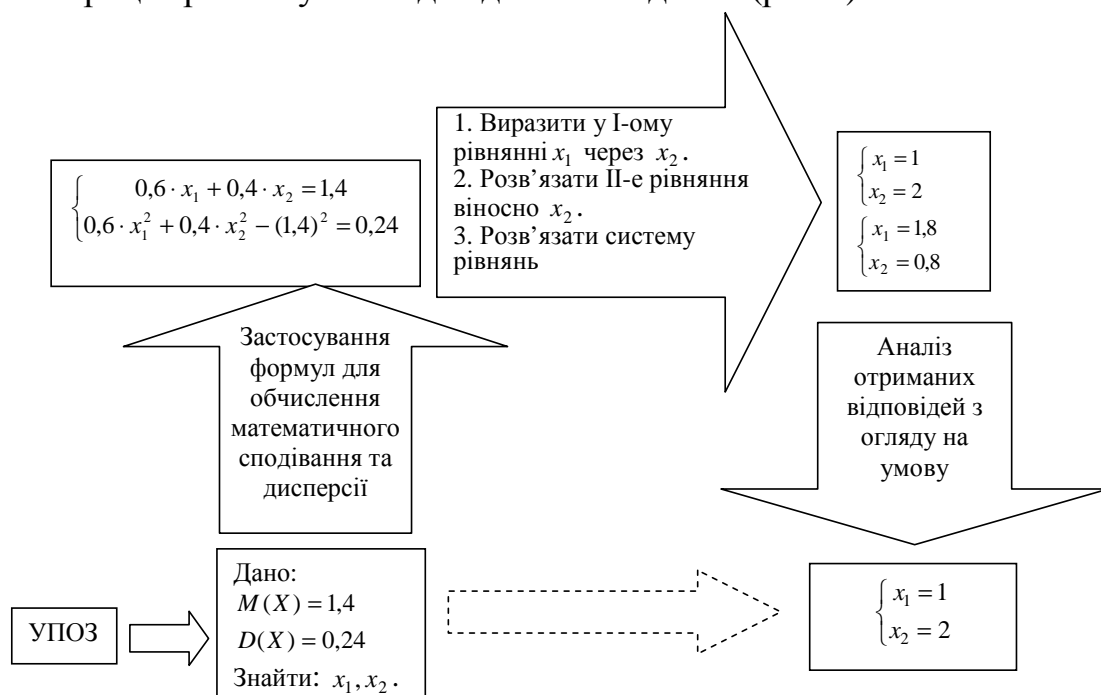


Рис.2. Схема процесу розв'язування завдання 2

Таким чином, застосування професійно орієнтованих завдань з ТЙ та ТВП поліпшуючи фундаментальну математичну підготовку і розвиваючи вміння математичного моделювання в галузі професійної діяльності, сприяє досягненню цілей навчання в технічному ВНЗ: появи в студентів інтересу до обраної професії, самостійному оволодінню знаннями інженерної справи з виявленням ініціативи, творчості, розвитку розумових і творчих здібностей, формуванню математичного аспекту компетентності майбутнього інженера.

**Список літератури:** 1. *Власенко К. В.* Про необхідність формування професійної спрямованості студентів інженерно-педагогічної академії в процесі вивчення вищої математики / К. В. Власенко // Міжнародна науково-практична конференція «Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє». Національний педагогічний університет ім. М. П. Драгоманова. – К., 2007. – С. 123. 2. *Гончаренко Я. В.* Система задач з початків теорії ймовірностей та вступу до статистики і методика їх розв'язання / Я. В. Гончаренко, І. Д. Чепорнюк // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип.28. – Донецьк : Фірма ТЕАН, 2007. – С. 94 – 99 3. *Дрибан В. М.* Використання деяких прийомів створення проблемних ситуацій в курсі теорії ймовірностей / В. М. Дрибан // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 30. – Донецьк : Фірма ТЕАН, 2008. – С. 83 – 87. 4. *Корнещук В. В.* Застосування професійно орієнтованих імовірнісних задач у підготовці студентів економічних спеціальностей / В. В. Корнещук, В. М. Шинкаренко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип.34. – Донецьк : Фірма ТЕАН, 2010. – С. 53 – 57. 5. *Панченко Л. Л.* Цільові аспекти навчання студентів педагогічних університетів математичного моделювання / Л. Л. Панченко, Н. В. Шаповалова // Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія №3. Фізика і математика у вищій і середній школі. – К. : Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2010. - №6. – с.100-107. 6. *Соколенко Л. О.* Система прикладних задач природничого характеру як засіб формування евристичної діяльності учнів / Л. О. Соколенко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип.32. – Донецьк : Фірма ТЕАН, 2009. – С. 24 – 28. 7. *Трунова О. В.* Система задач з початків теорії ймовірностей та вступу до статистики і методика їх розв'язування / О. В. Трунова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип.26. – Донецьк : Фірма ТЕАН, 2006. – С. 96 – 104. 8. *Фомкіна О. Г.* Методичне забезпечення самостійної роботи студентів з курсу «Теорія ймовірностей» / О. Г. Фомкіна // Дидактика математики: проблеми і дослідження : Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип.21. – Донецьк : Фірма ТЕАН, 2004. – С. 48 – 51. 9. *Швець В. О.* Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики / В. О. Швець // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип.32. – Донецьк : Фірма ТЕАН, 2009. – С. 16 – 23.

*Поступила в редколлегию 08.01.2012*

**УДК [614.1:312.6]:681.3**

***О.Г. КИСЕЛЬОВА***, ст. преп., НТУУ «КПІ», Киев

## **КЛАСТЕРНИЙ АНАЛІЗ НЕЛІНІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЕРЦЕВОГО РИТМУ**

В роботі запропоновано використання алгоритму автоматичної класифікації методом “к-середніх”, що дало змогу підвищити достовірність результатів статистичного аналізу медико-біологічних сигналів, виключити із розгляду не інформативні послідовності скорочень серця та виділити інформативні патерни – послідовності з ідентифікацією діагнозів всередині їх

**Ключові слова:** серцевий ритм, статистичний аналіз, кластерний аналіз, дисперсійний аналіз, метод «k-means».

В работе предложено применение алгоритма автоматической классификации методом «к-средних», что повысило достоверность результатов статистического анализа медико-биологических сигналом, исключит из рассмотрения не информативные интервалы сокращений сердечного ритма и выделит информативные паттерны – последовательности з идентификацией диагнозов внутри их.

**Ключевые слова:** сердечный ритм, кардиоинтервалограмма, статистический анализ, кластерный анализ, дисперсионный анализ.